

紙で正多面体を編もう

山口大学大学院創成科学研究科
廣澤史彦

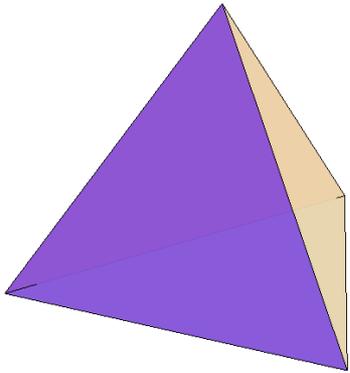
2018年7月28日

配布物

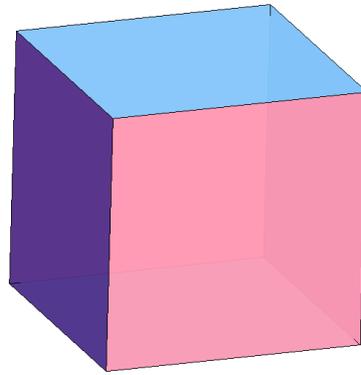
- テキスト
- 帯編み用紙(2種類)
- 多面体編み用紙(3種類)
- 下敷き用紙(白紙)
- ダブルクリップ(5個)

1. 正多面体

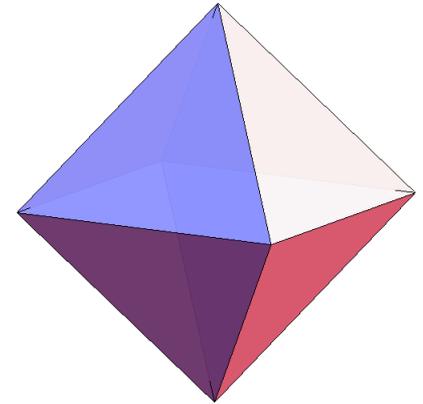
正多面体とは・・・？



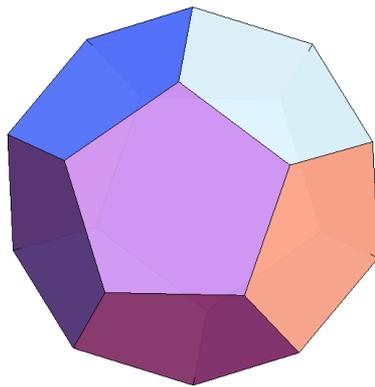
正四面体



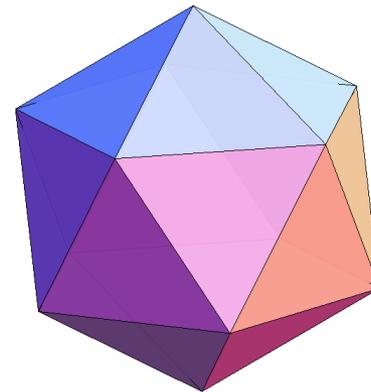
正六面体(立方体)



正八面体

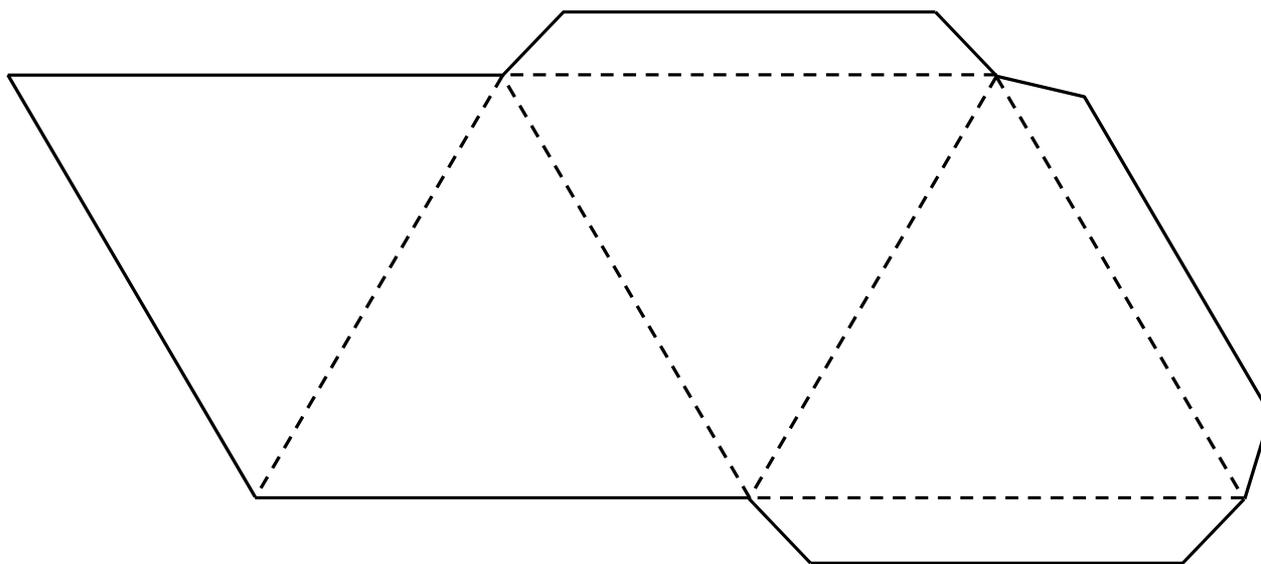
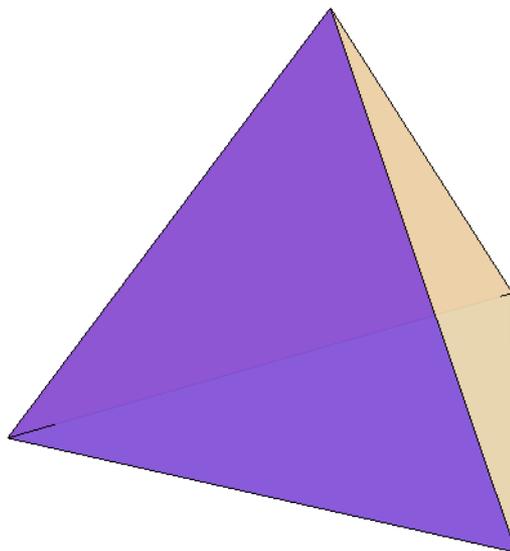


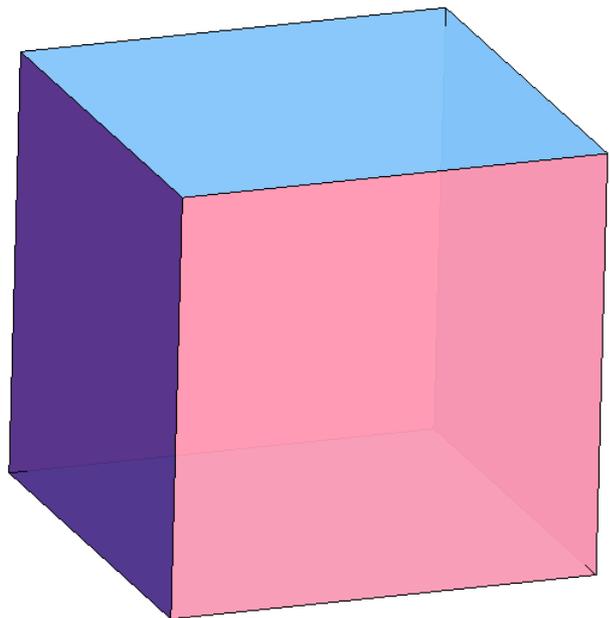
正十二面体



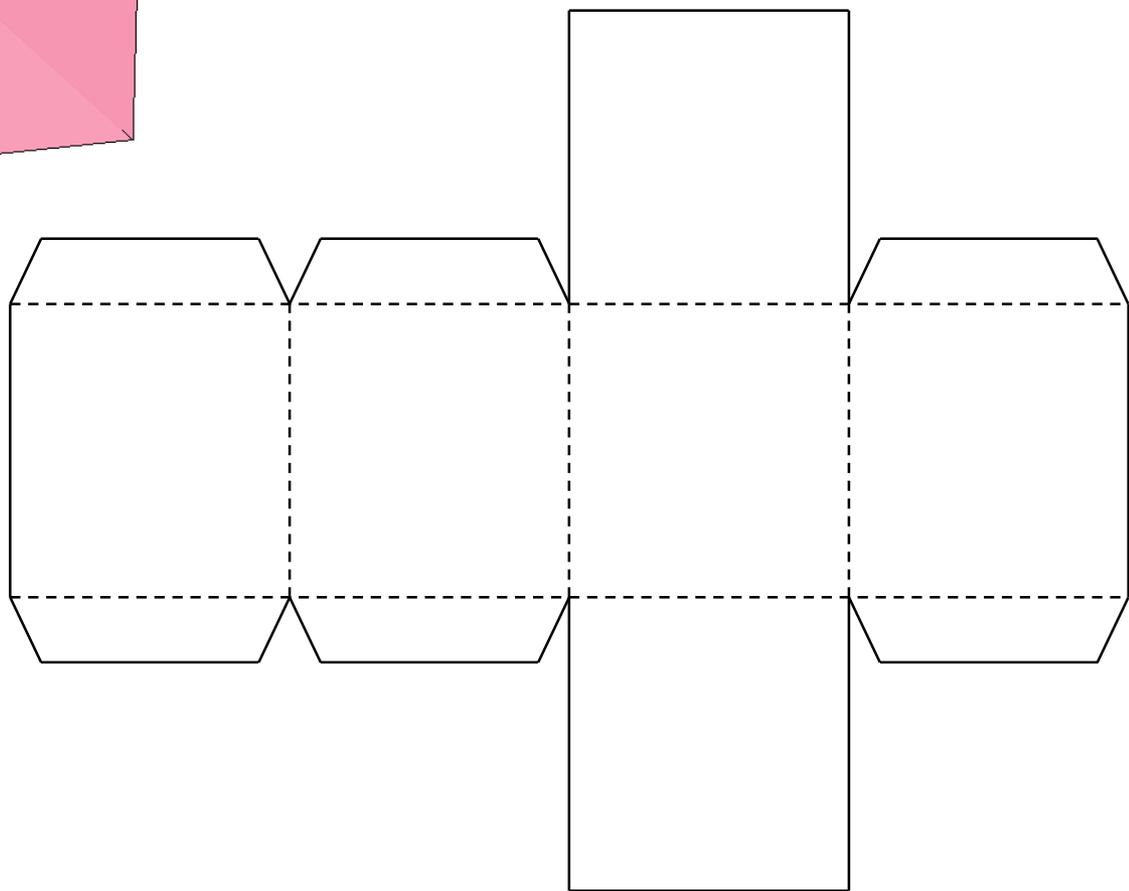
正二十面体

正四面体

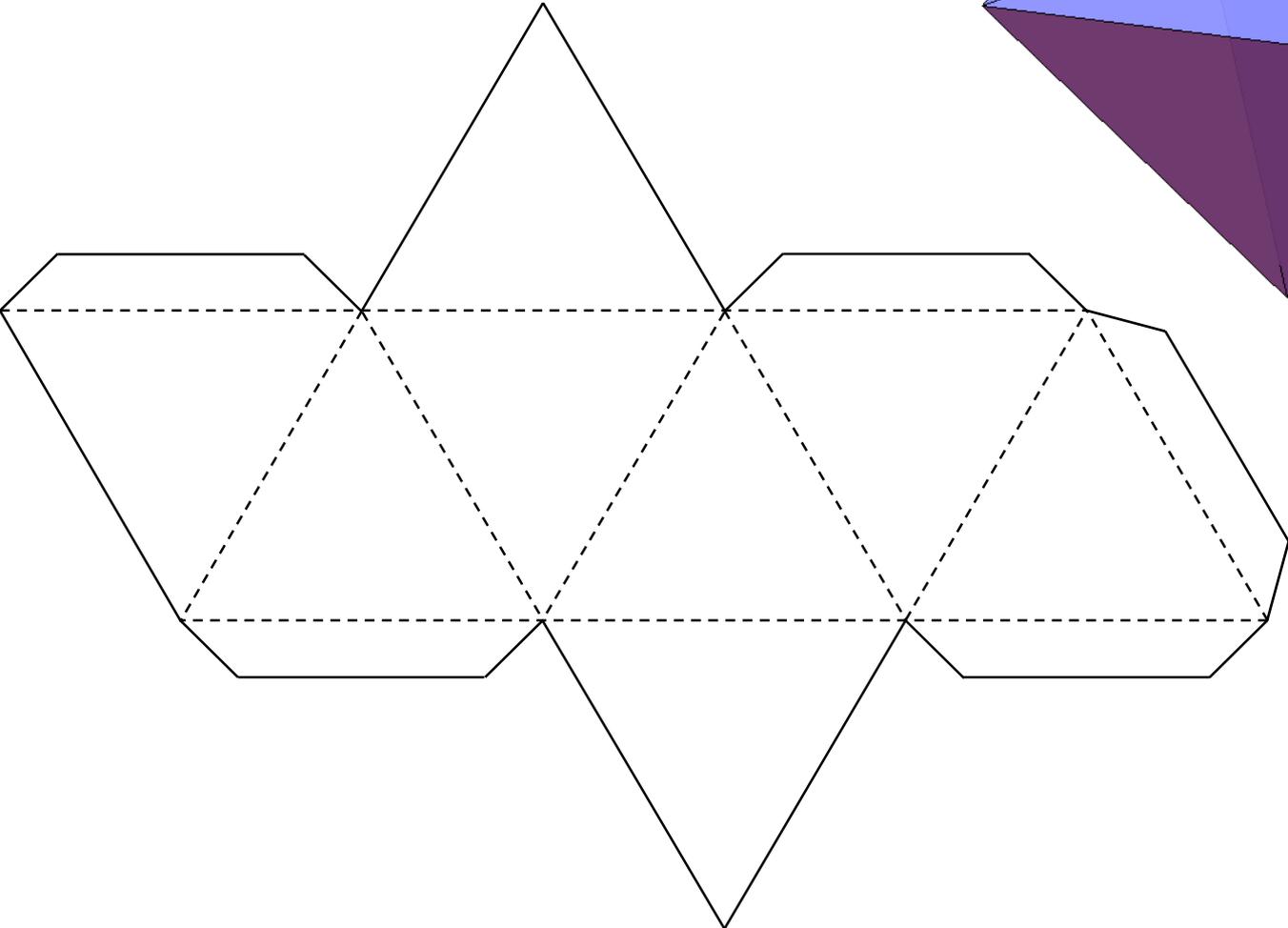
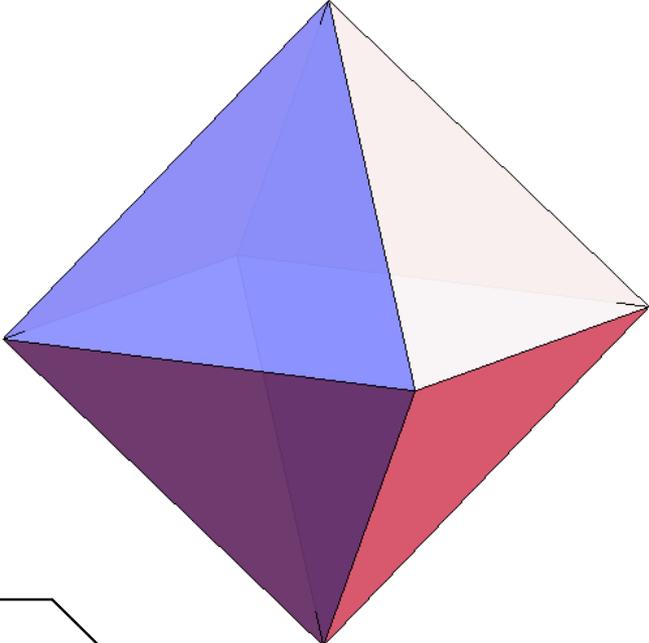


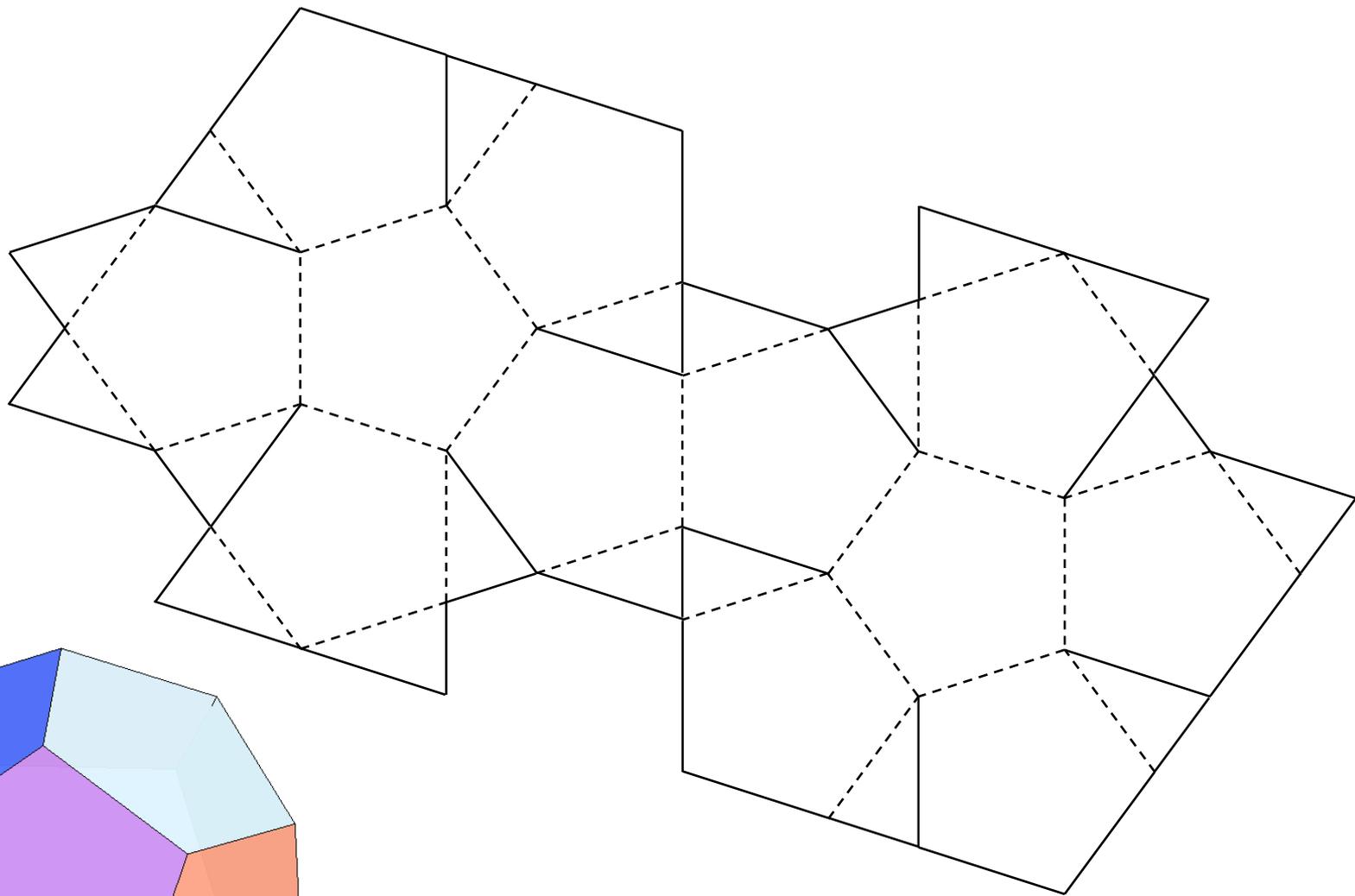
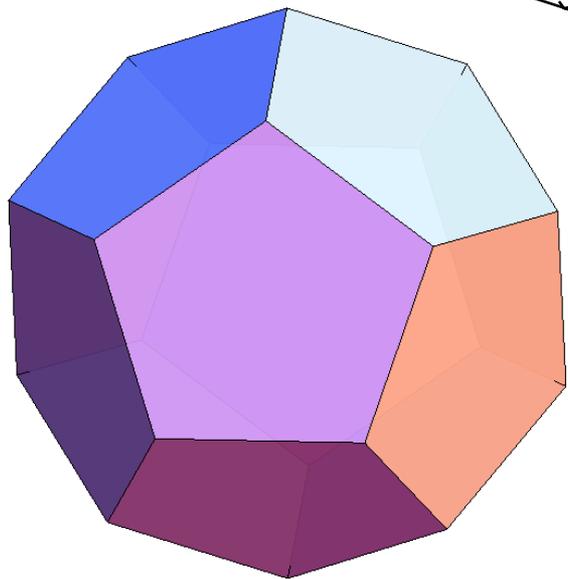


正六面体



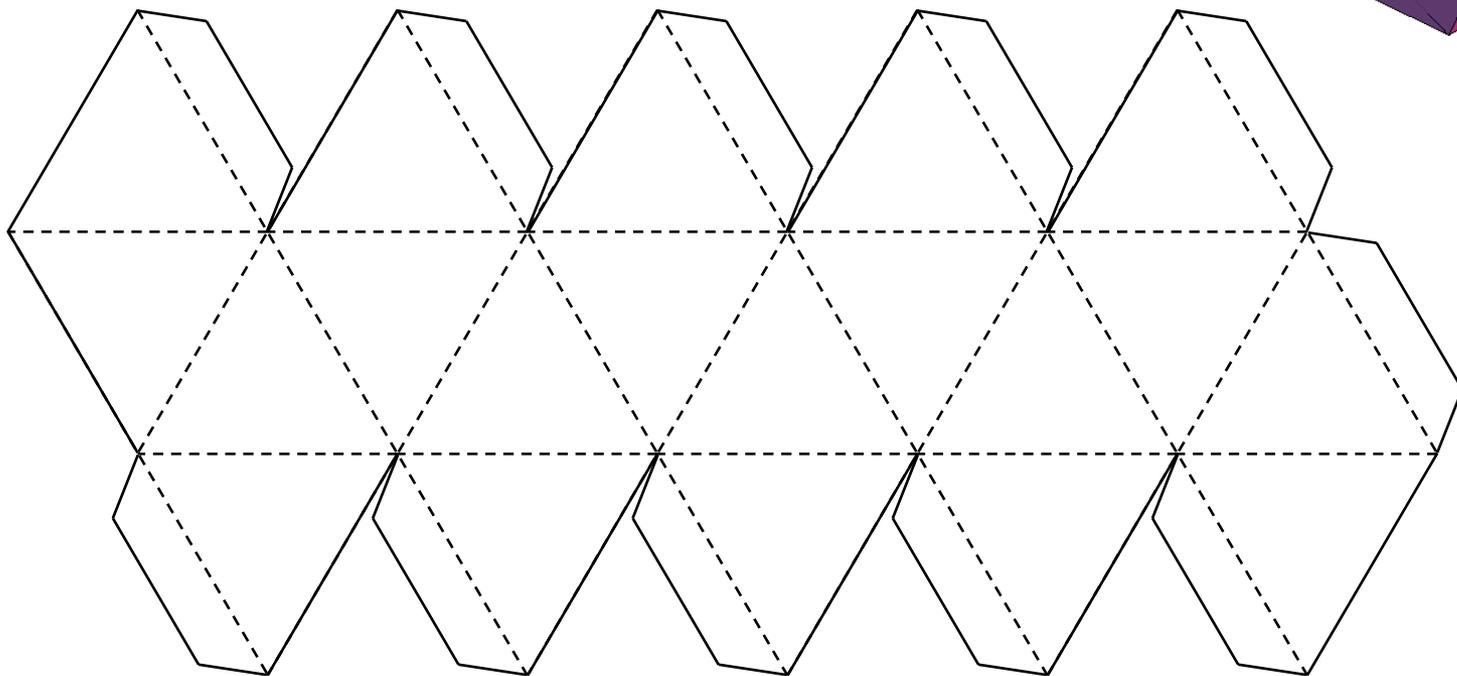
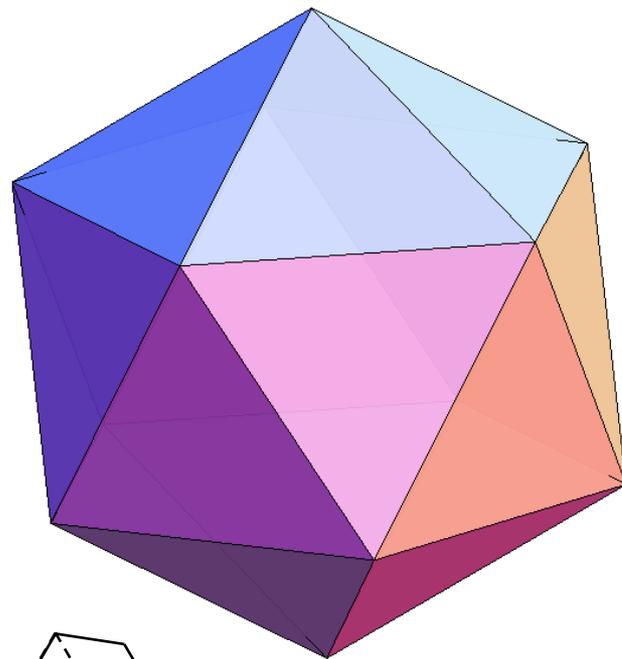
正八面体

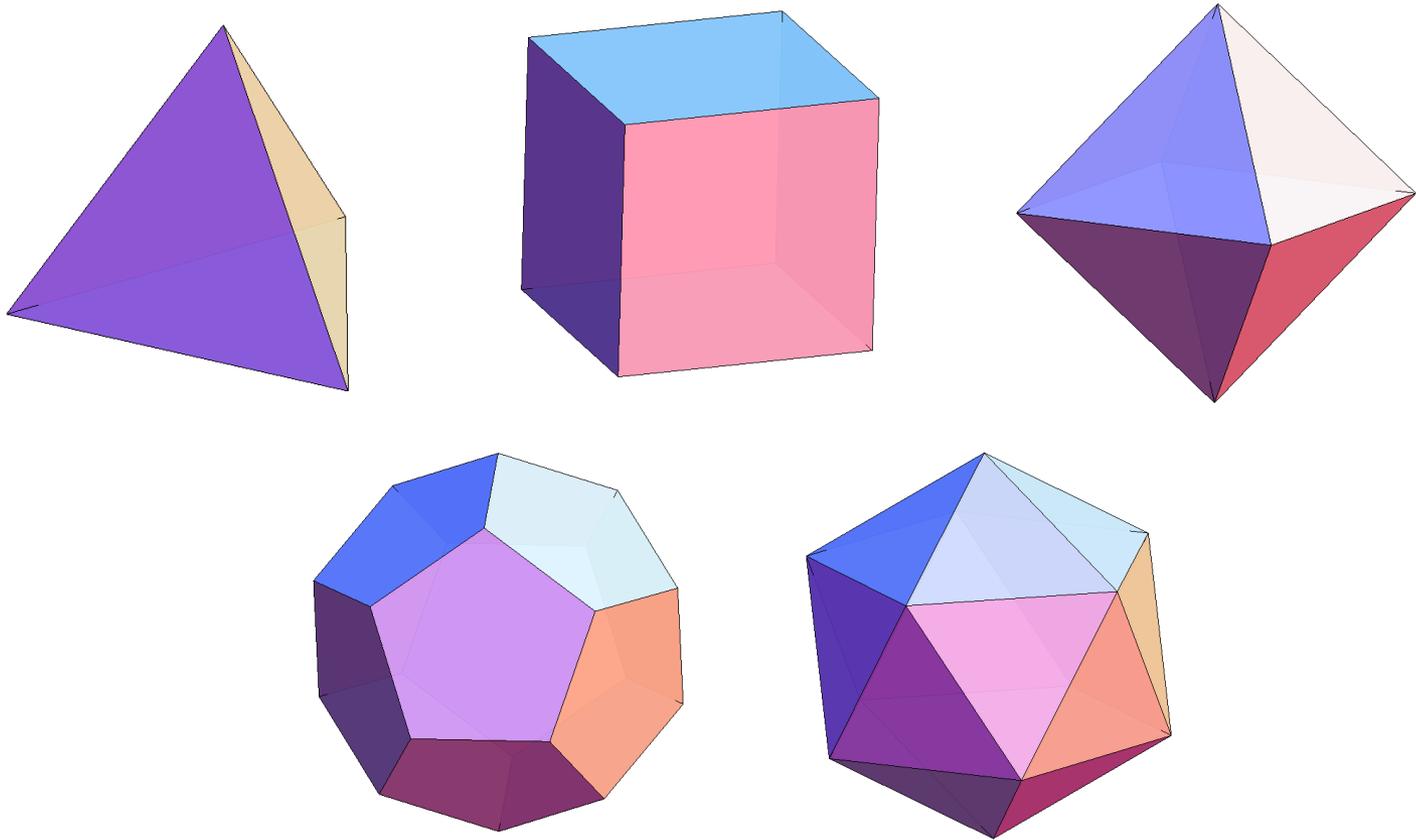




正十二面体

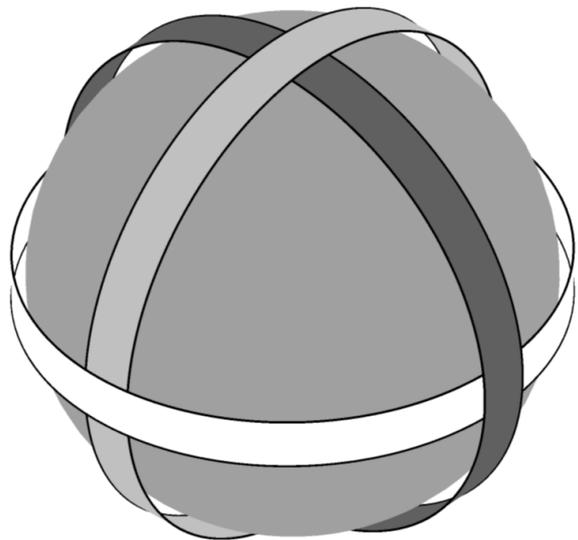
正二十面体



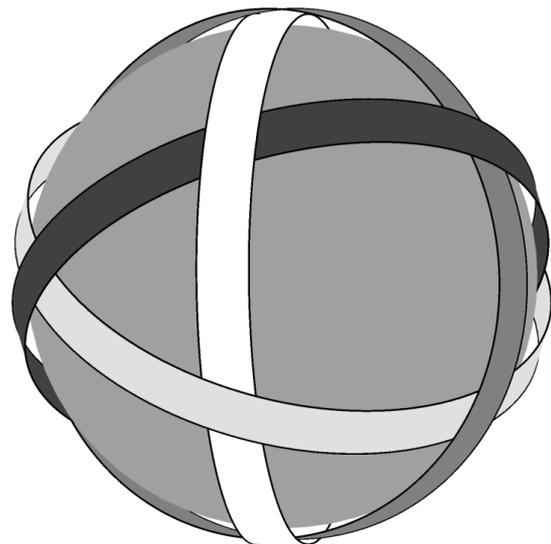


通常の展開図とは異なる方法で多面体を組み立ててみよう。

2. 三つ編み・四つ編み ボールの製作



三つ編みボール

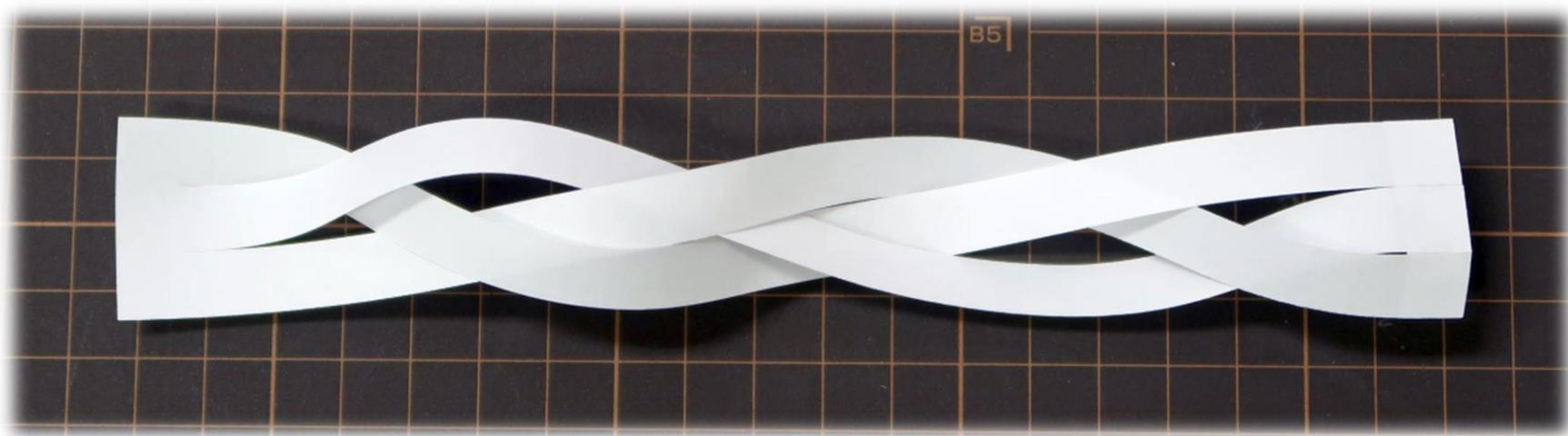


四つ編みボール



六つ編みボール

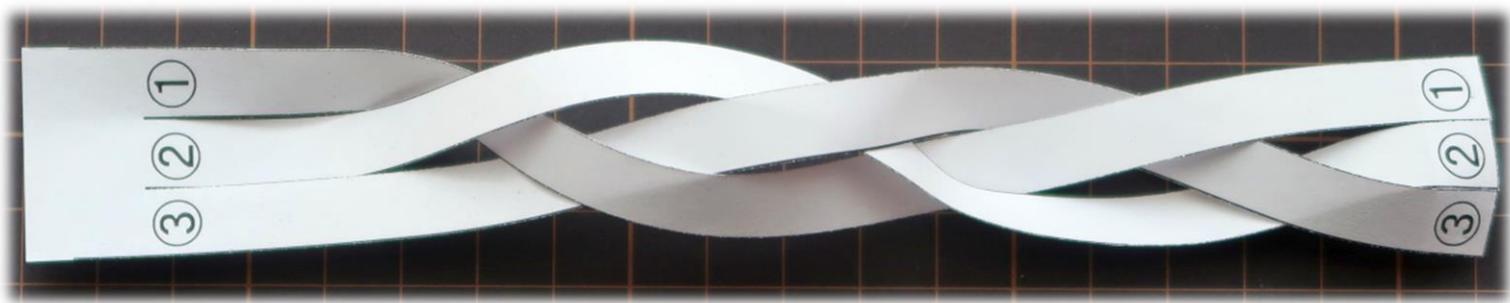
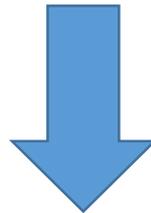
2. 1. 三つ編みの製作

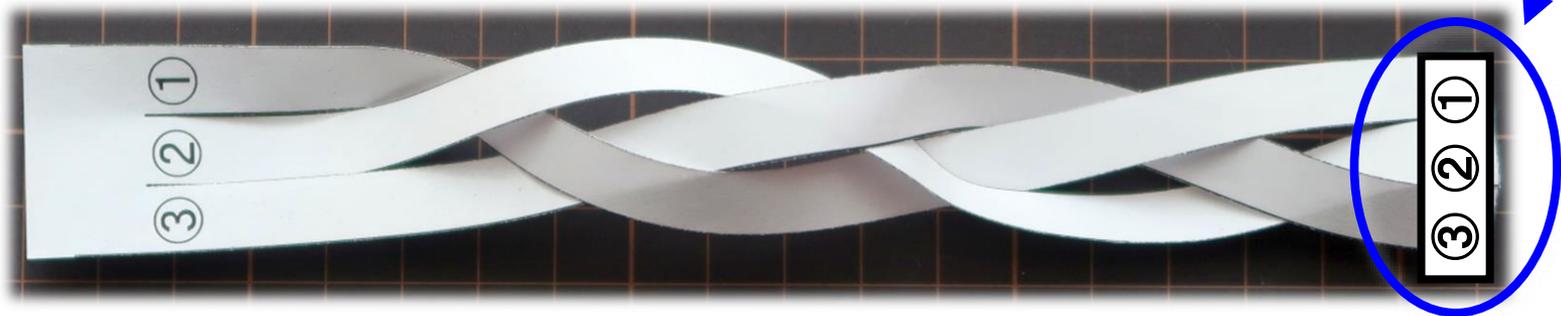
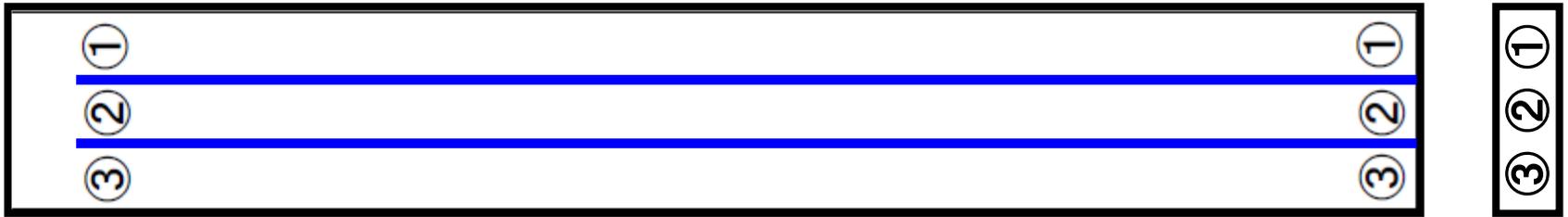


三つ編み用の部品を切り出して青線の部分に切り込みを入れる。

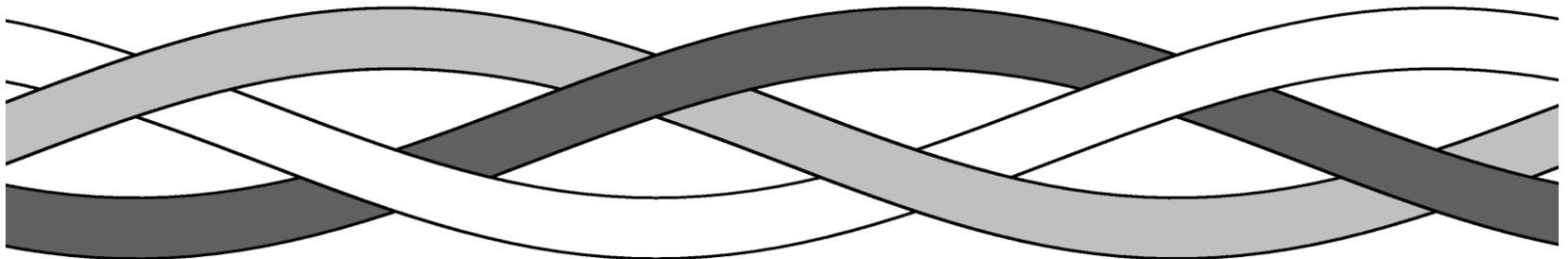


「三つ編み」を編む

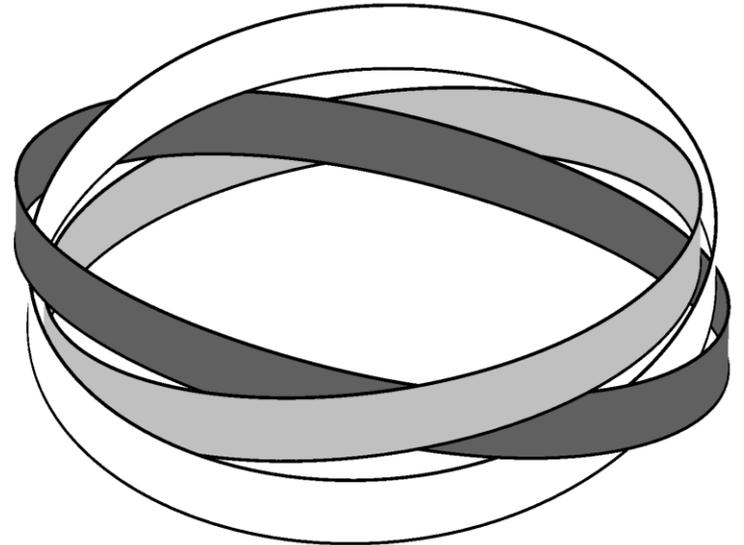
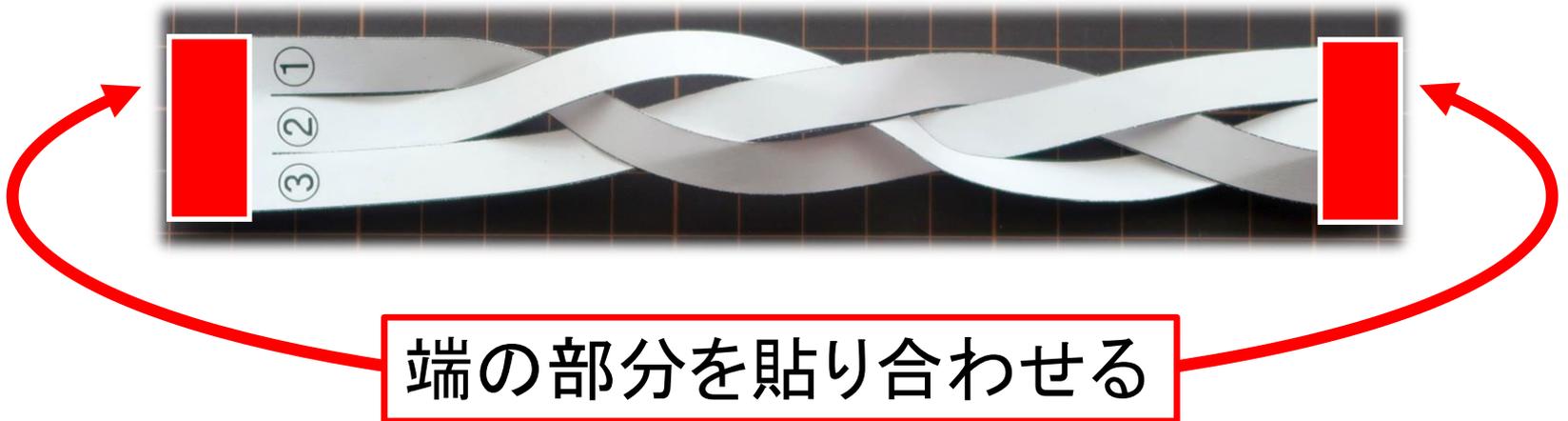


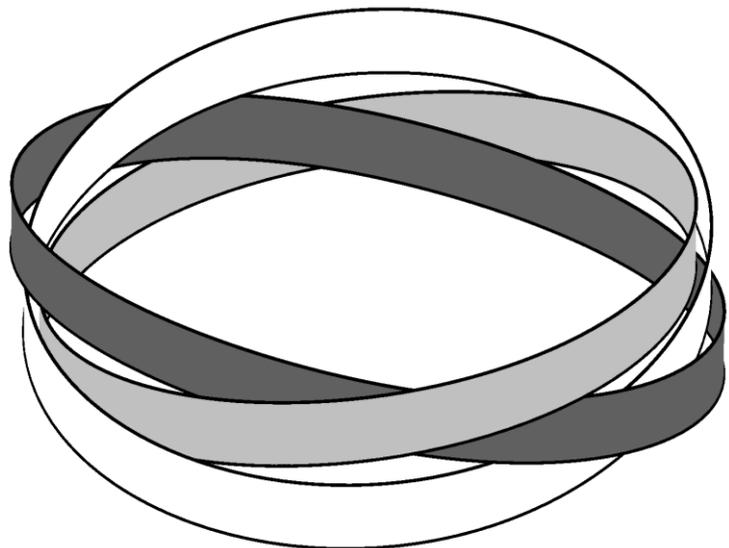


三つ編みを2回編んだら端をのり付けする



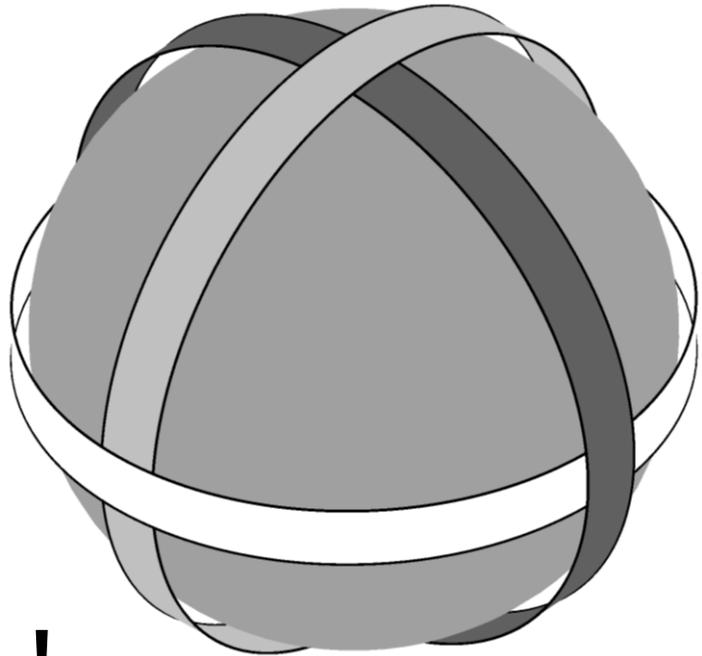
「三つ編み」を丸めてリングを作る





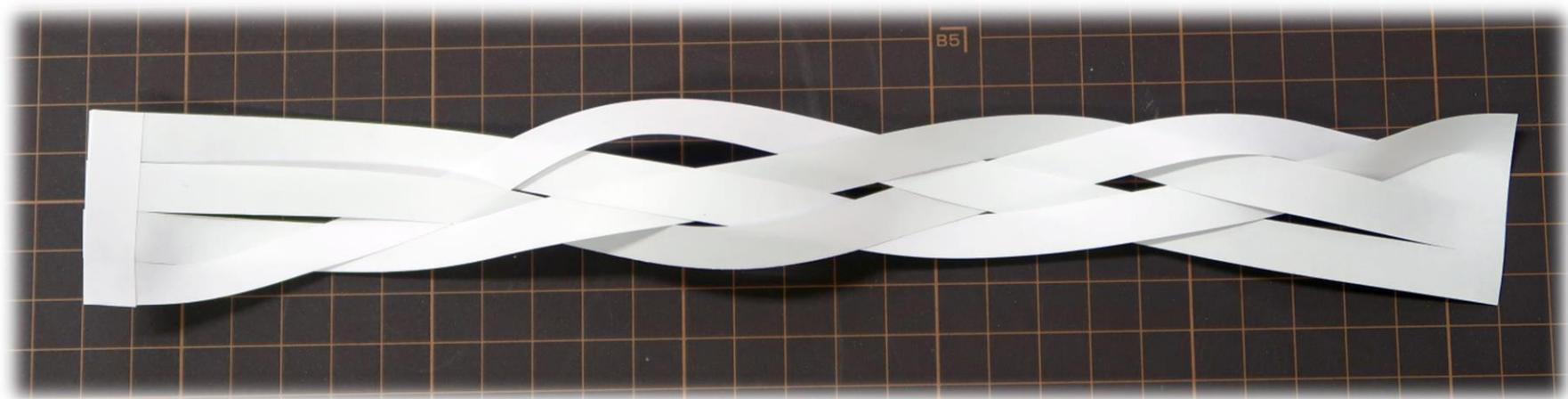
3本の帯を切り
離してバラバラ
にする

ボール状に
形を整える

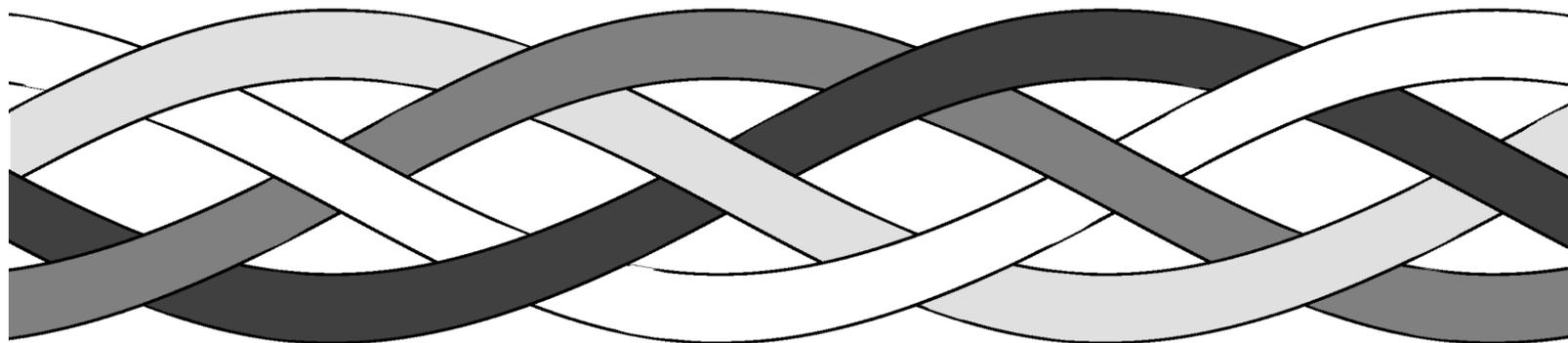
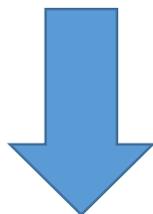


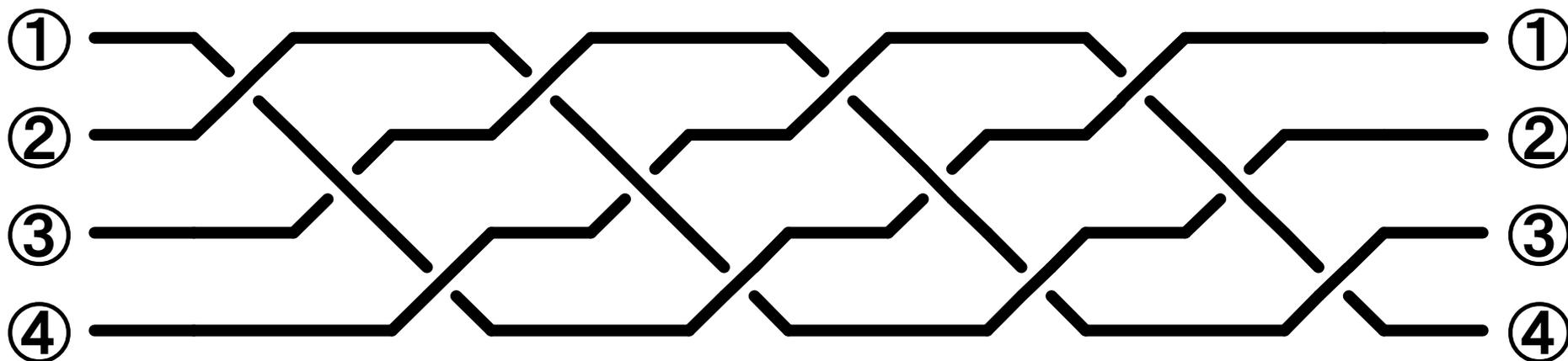
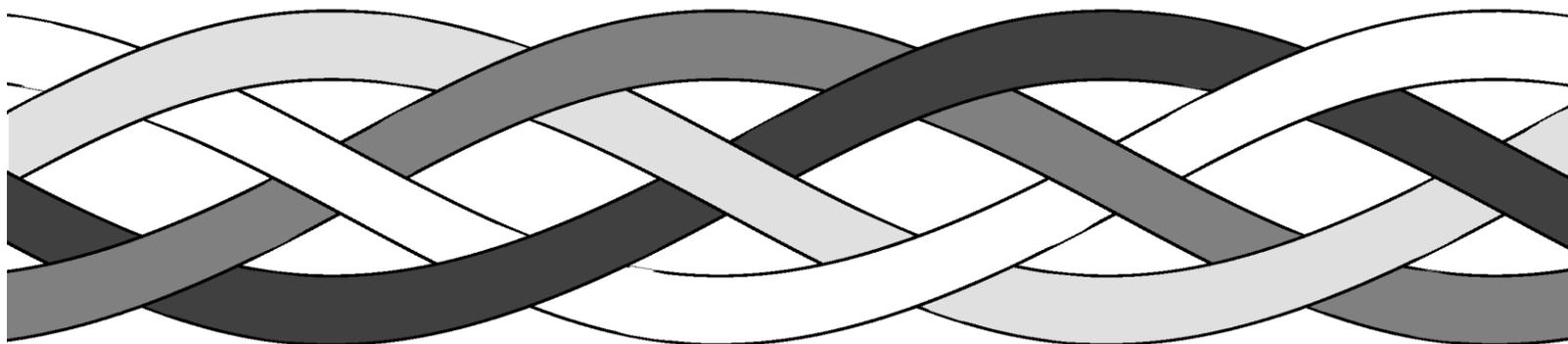
三つ編みボールの完成！

2. 2. 四つ編みの製作

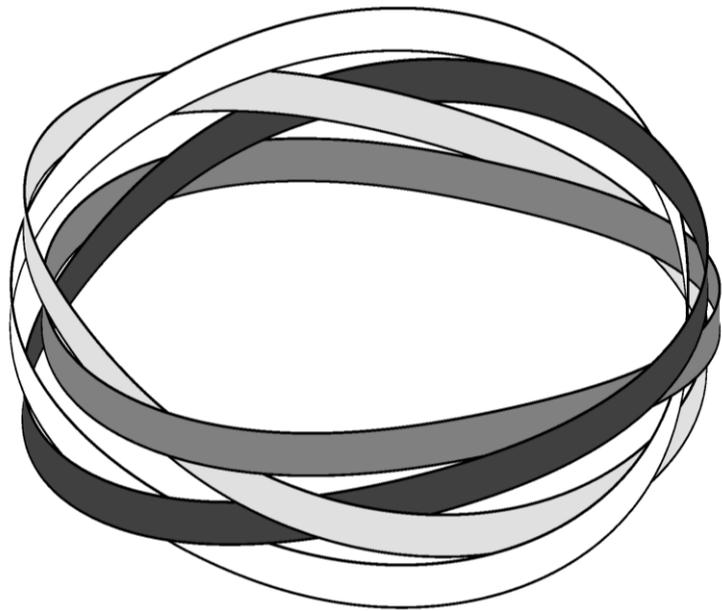


三つ編みと同じように四つ編みを編んで端をのり付けする。



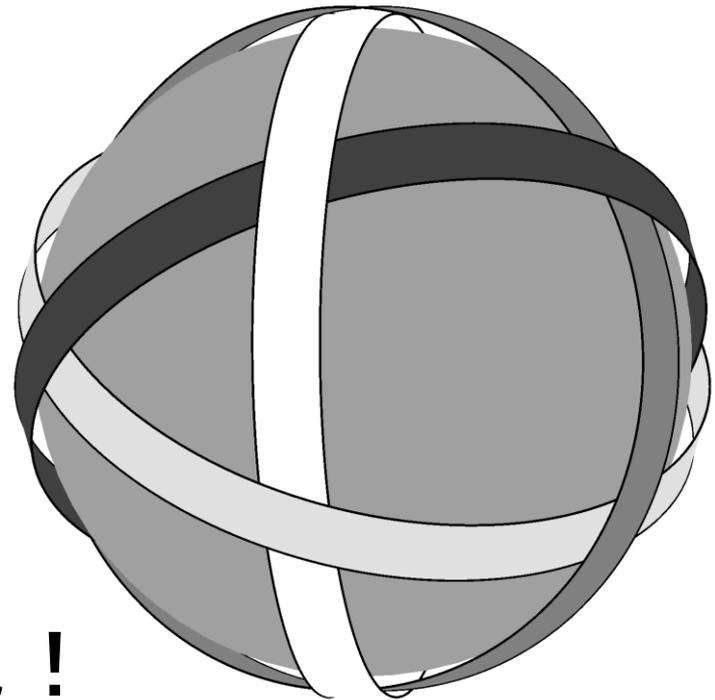


3回の交差を4セット合計12回交差させる。



4本の帯を切り
離してバラバラ
にする

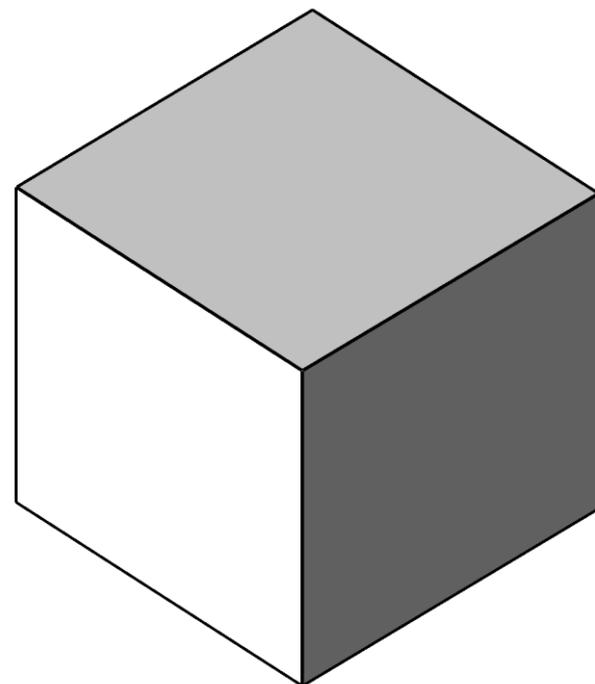
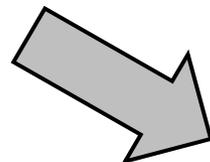
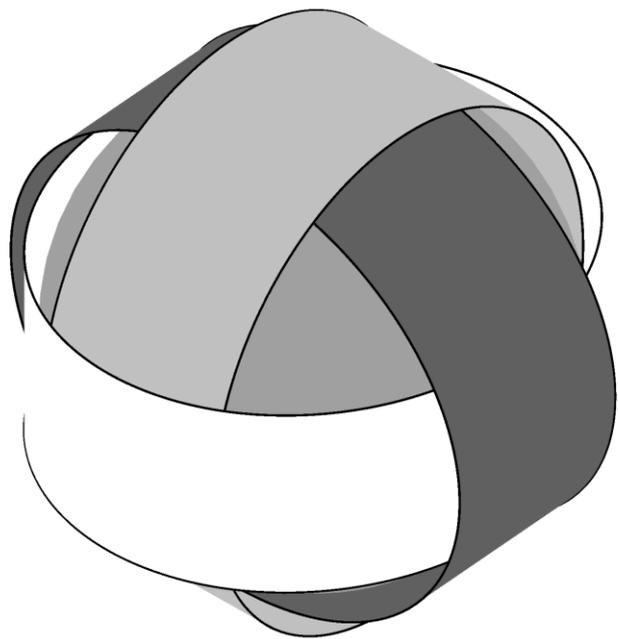
ボール状に
形を整える



四つ編みボールの完成！

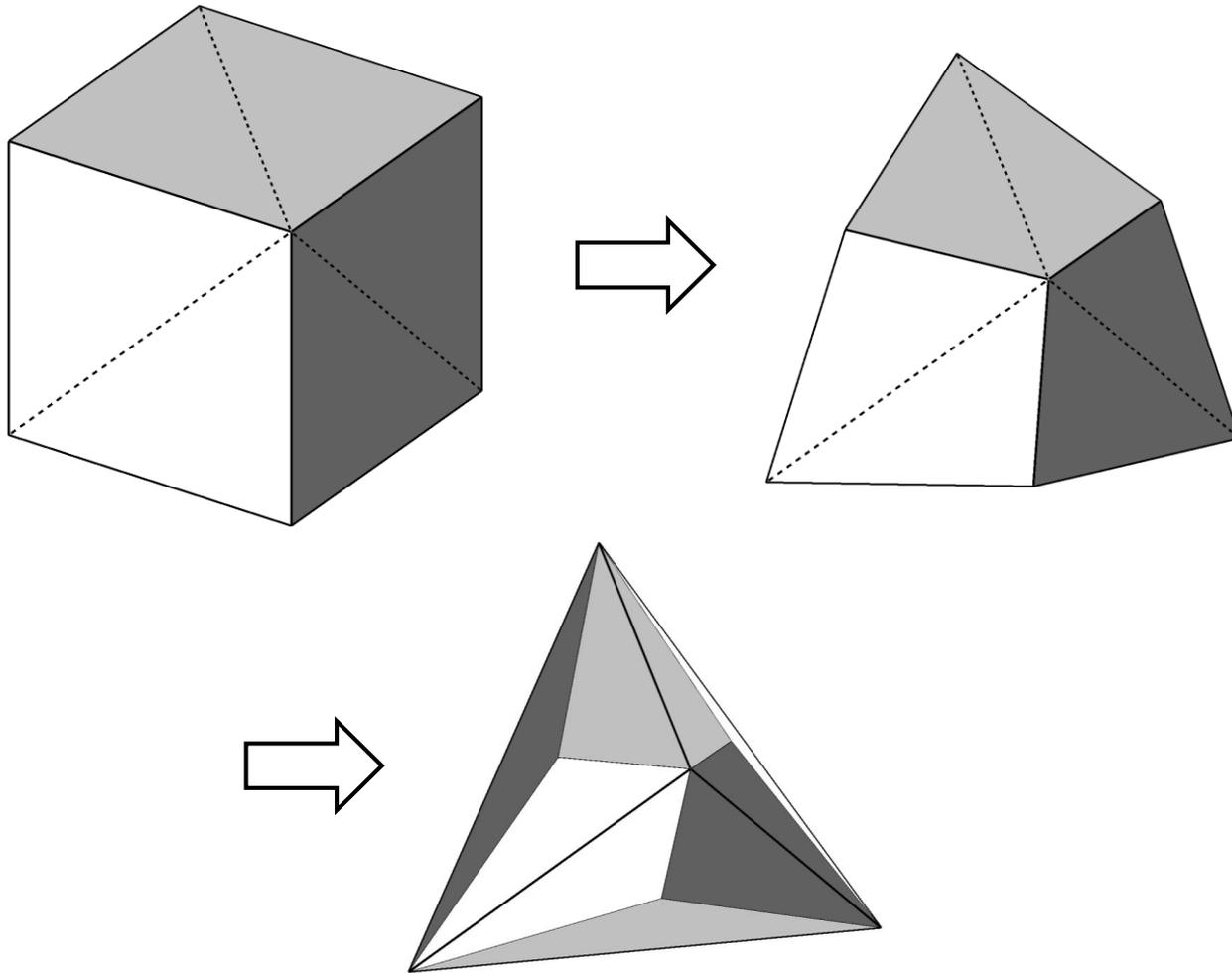
3. 三つ編みボールと 正四面体

三つ編みボールの帯を、帯同士のすき間が無くなるまで太くしてゆくと...



最終的に立方体になる！

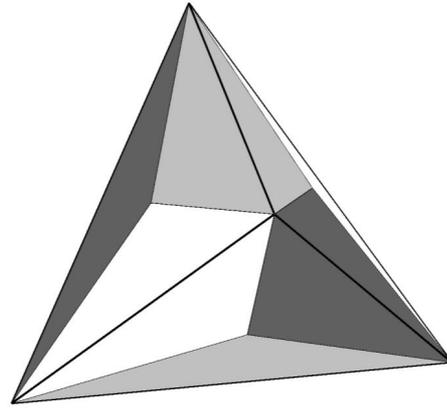
さらに8個ある立方体の頂点のうちの4個をつぶすように変形してゆくと……



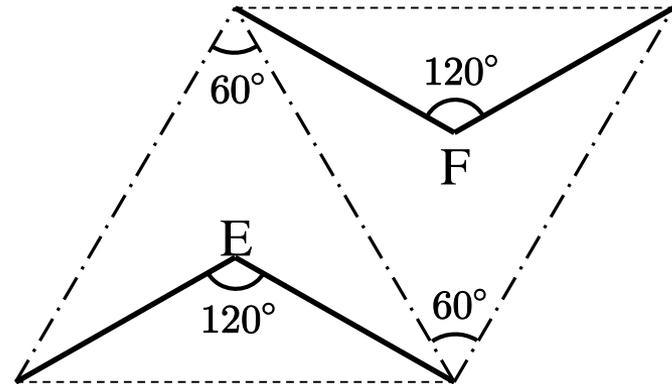
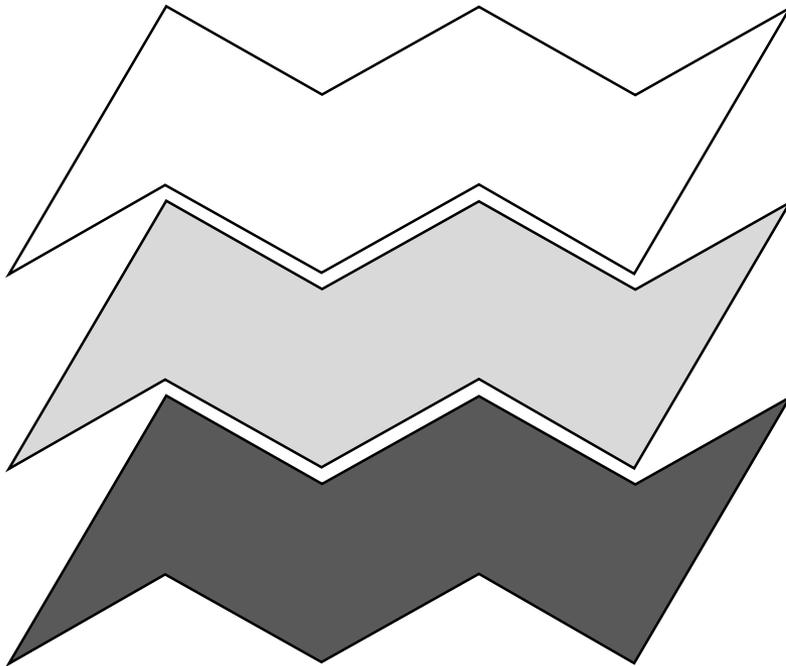
正四面体になる！

6mentai-4mentai-color

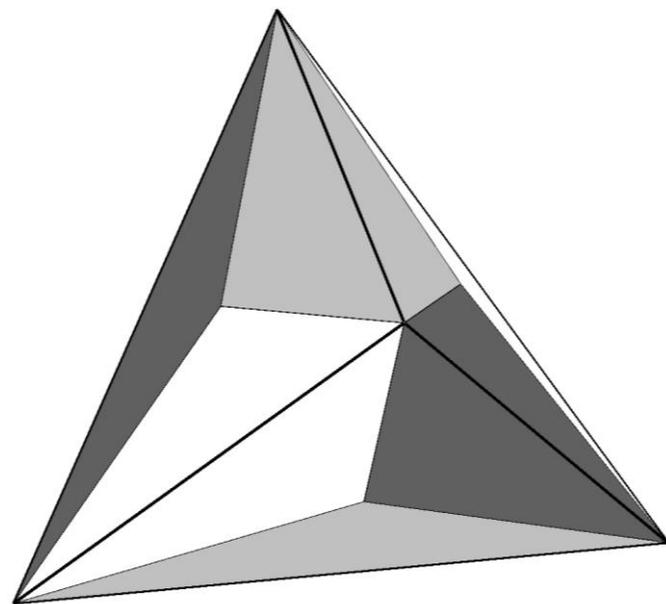
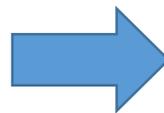
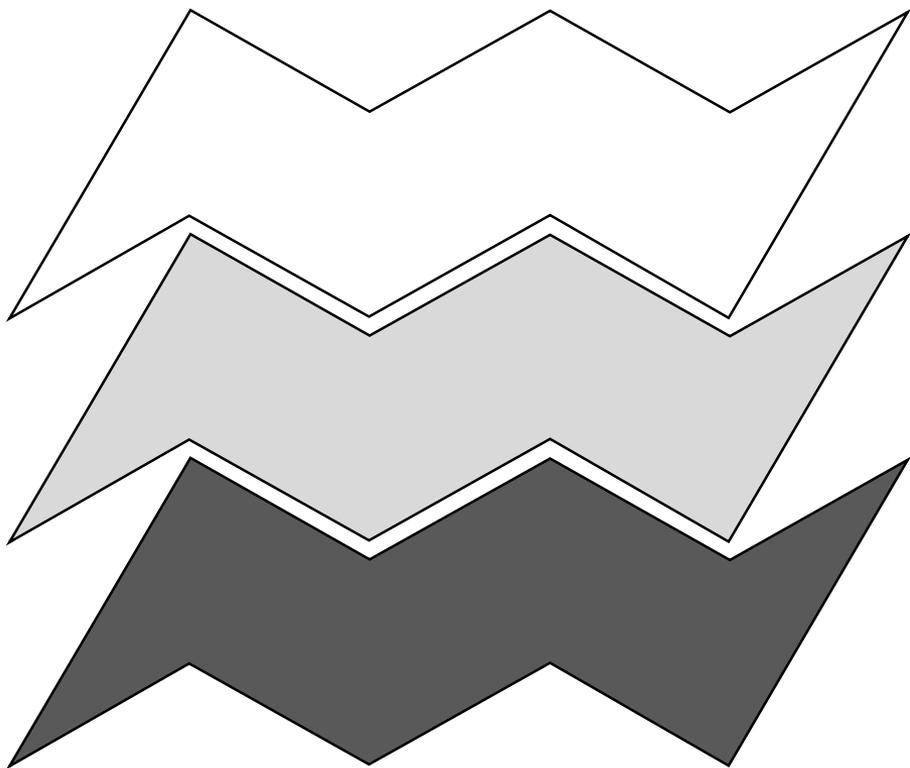
このとき、平坦だった帯の形は・・・



次のようにギザギザになる。

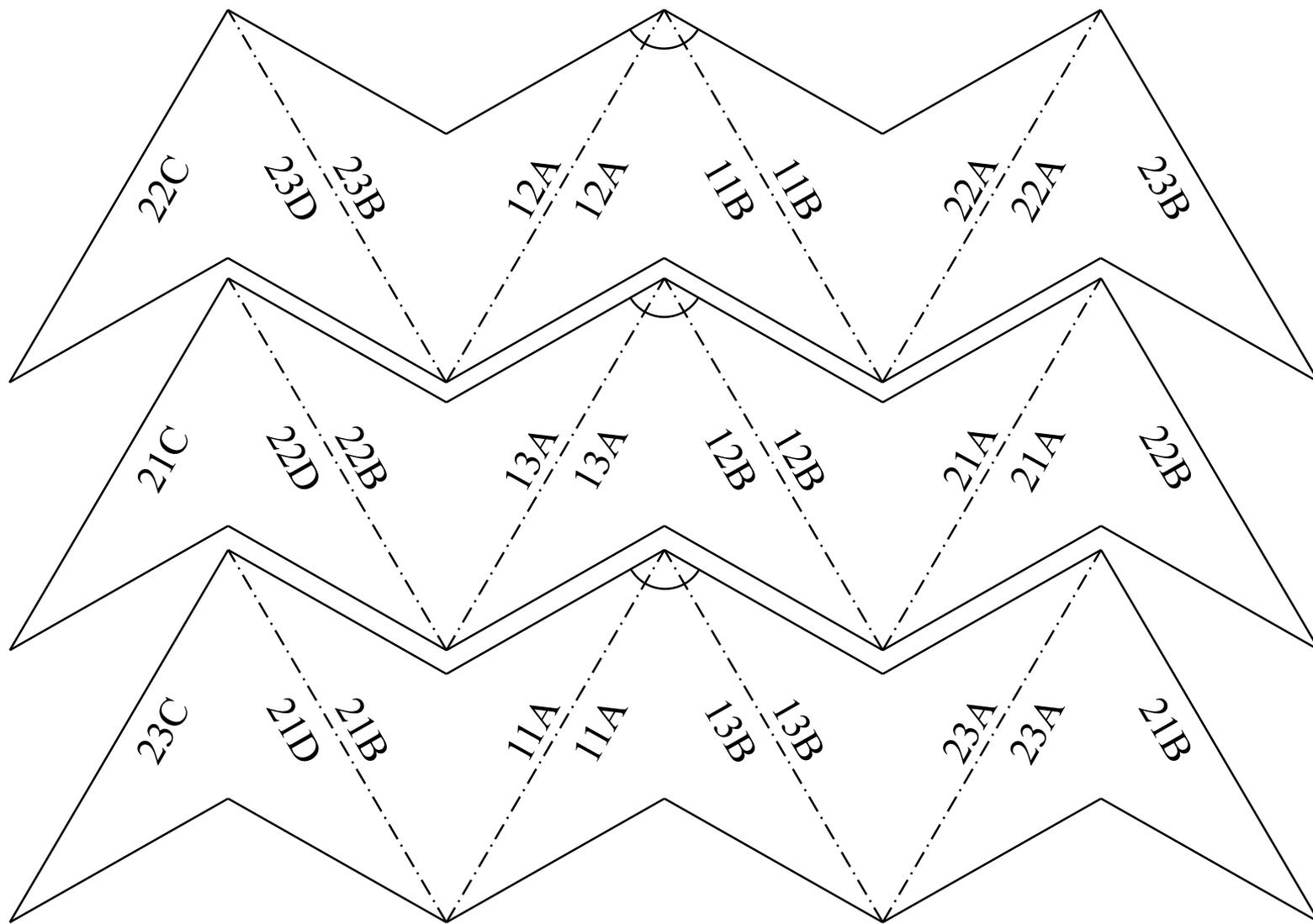


3本のギザギザの帯で作った三つ編みボールが正四面体になる。



正四面編みの製作

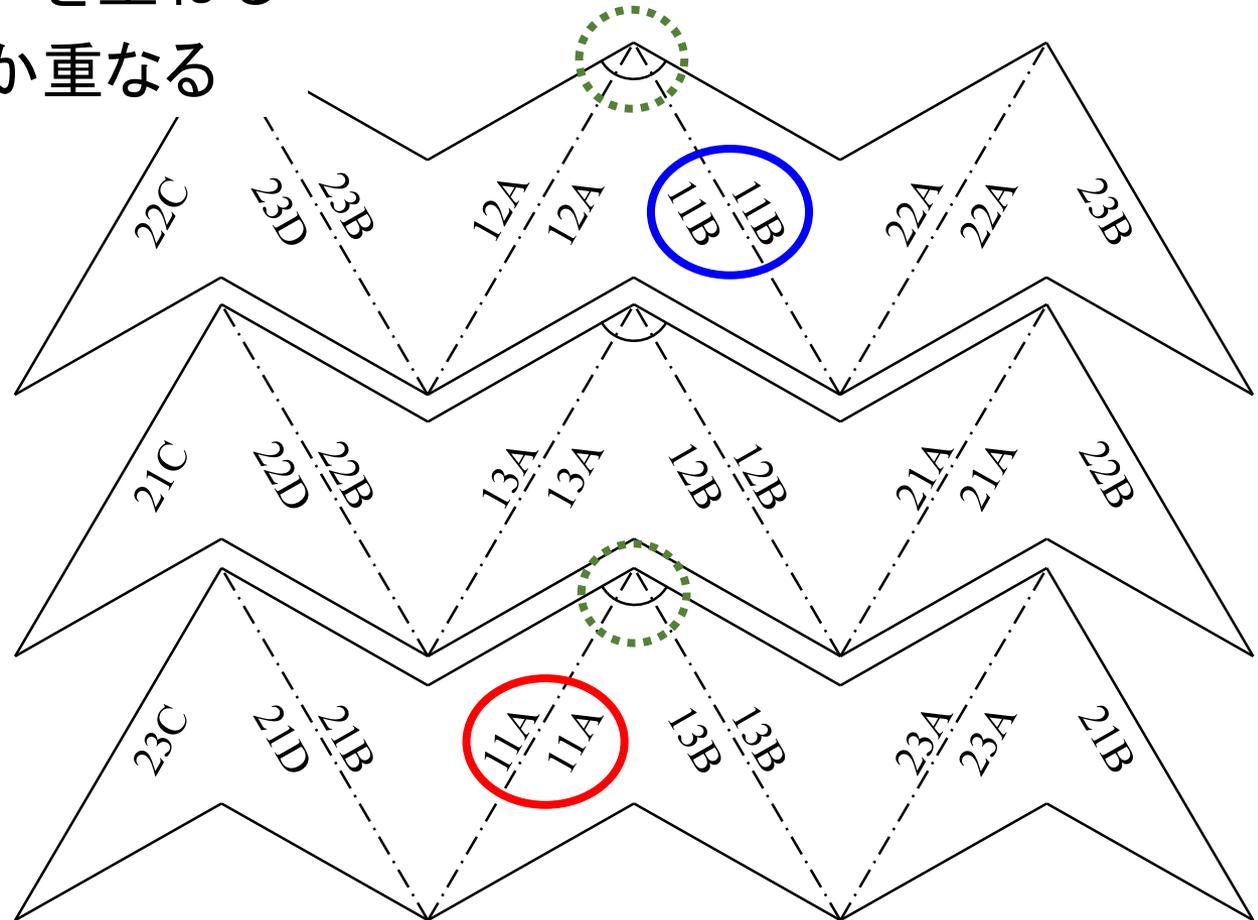
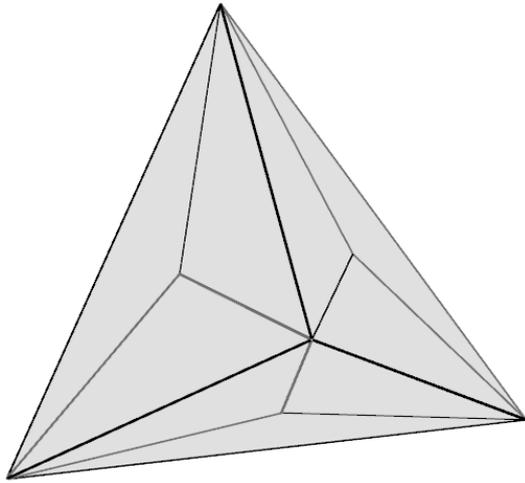
(1) 部品の切り取りと折り



(2) 部品の組み立て

次のことに注意しながら編む

- 11A の上に 11B を重ねる
- 12A の上に 12B を重ねる
- 13A の上に 13B を重ねる
- おうぎ形 の部分が重なる

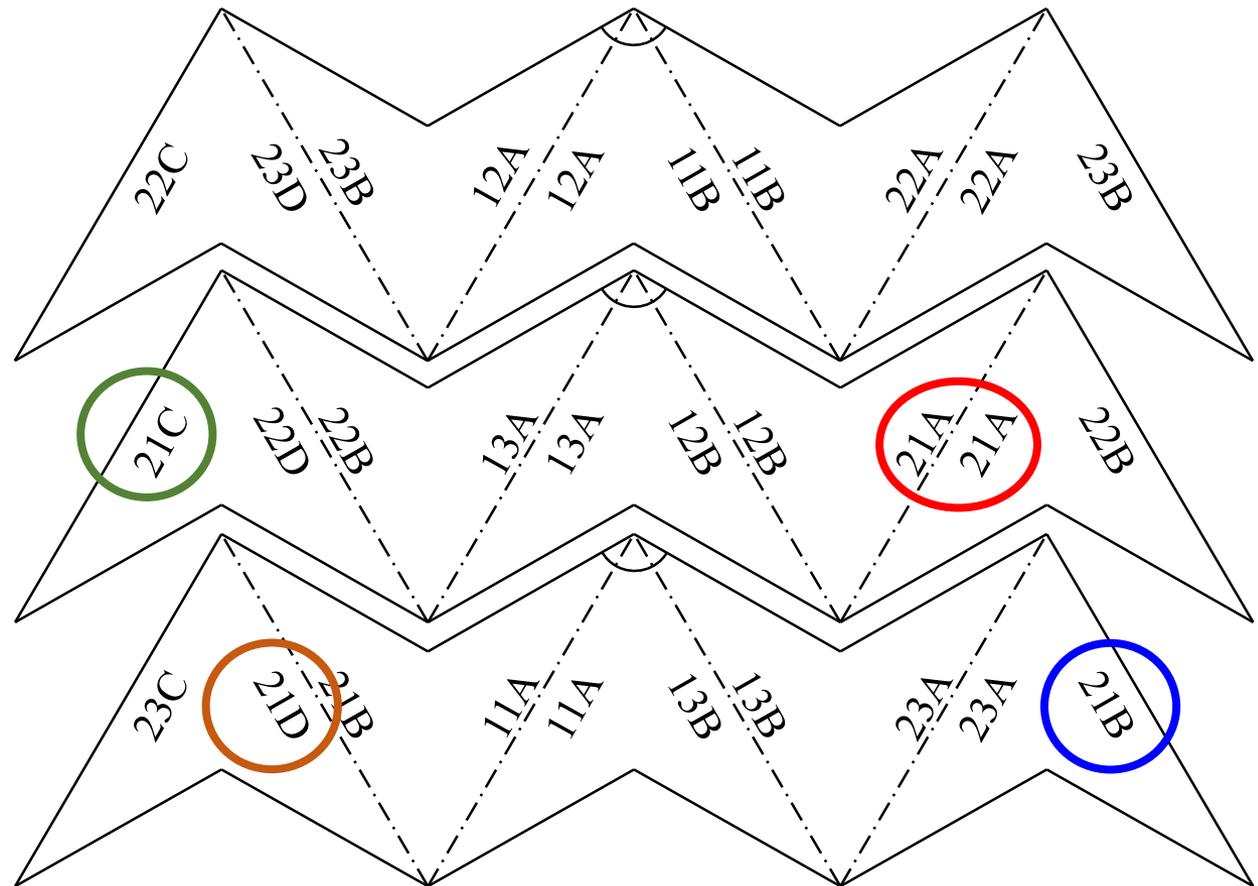
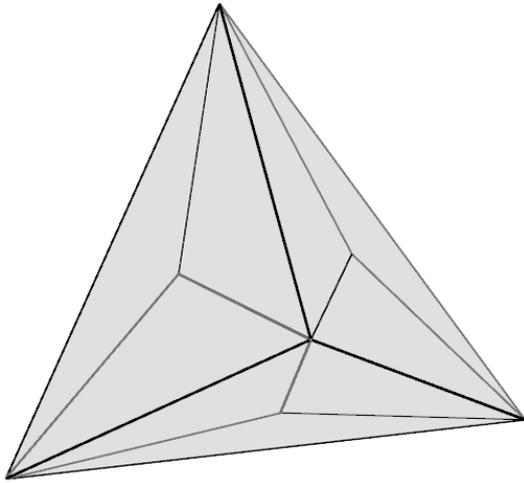


(2) 部品の組み立て

次のことに注意しながら編む

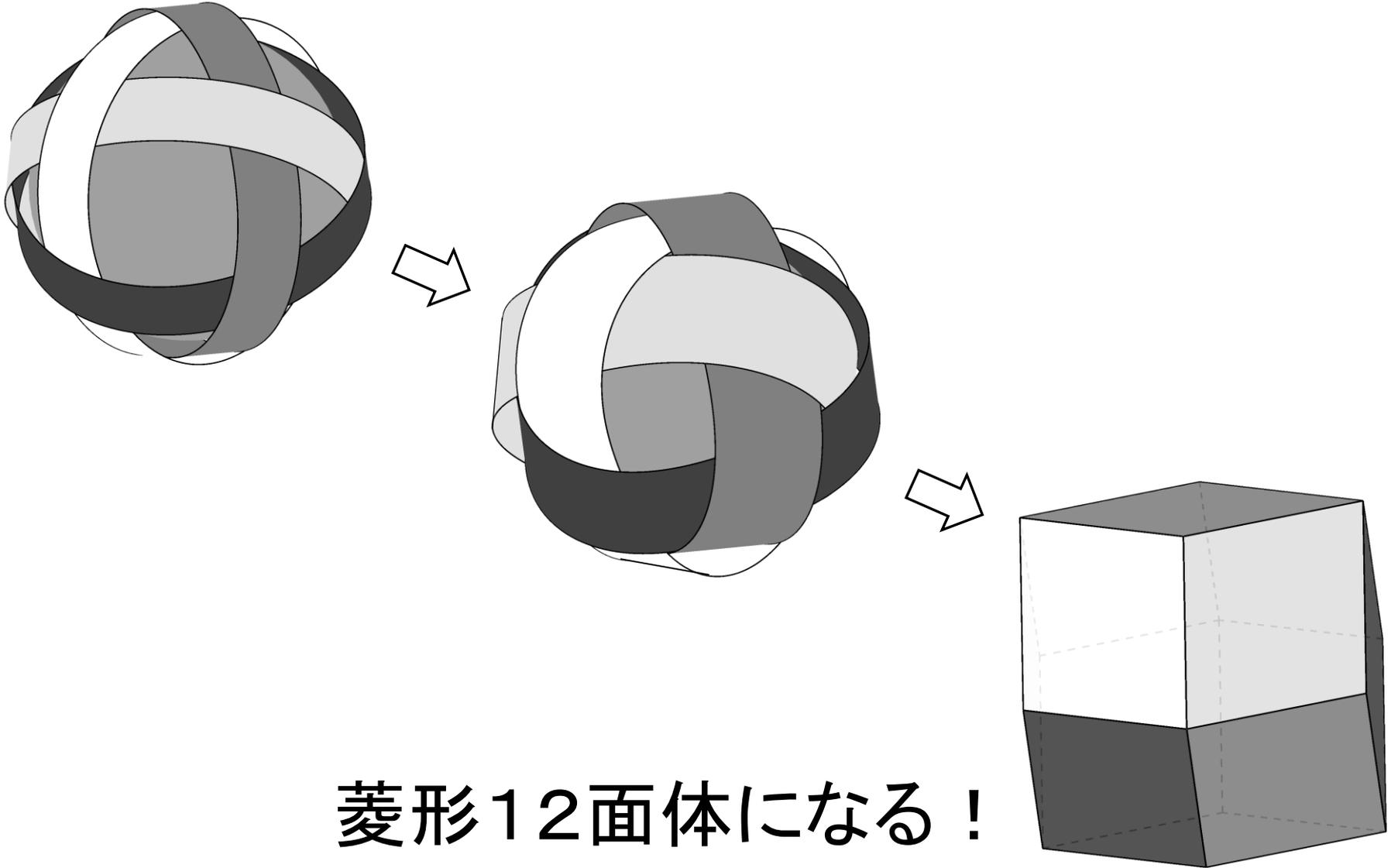
最終的に **21A** - **21B** - **21C** - **21D** (アルファベット順)

になるように重ねてゆく (22A~D, 23A~D についても同様)



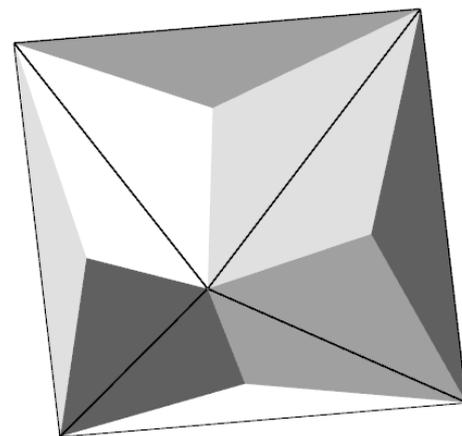
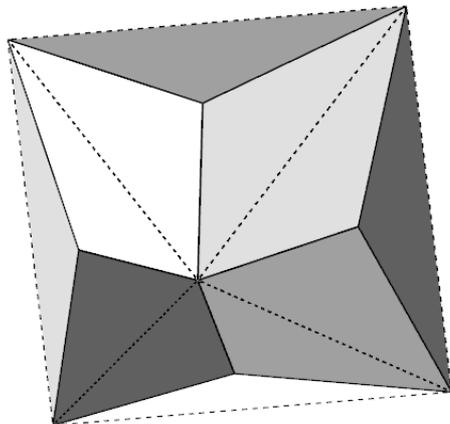
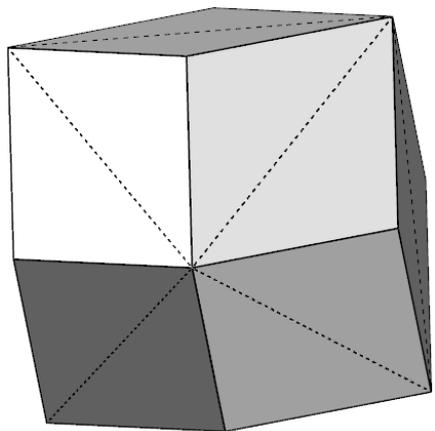
4. 四つ編みボールと 正八面体

四つ編みボールの帯を、帯同士のすき間が無くなるまで太くしてゆくと……



菱形12面体になる！

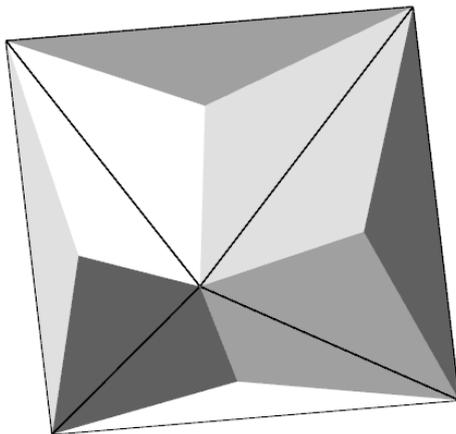
さらに変形してゆくと...



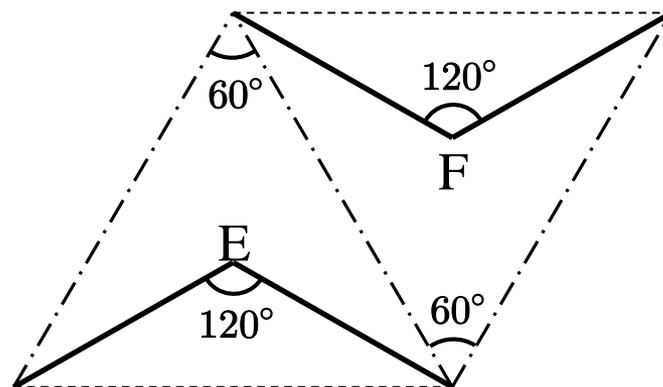
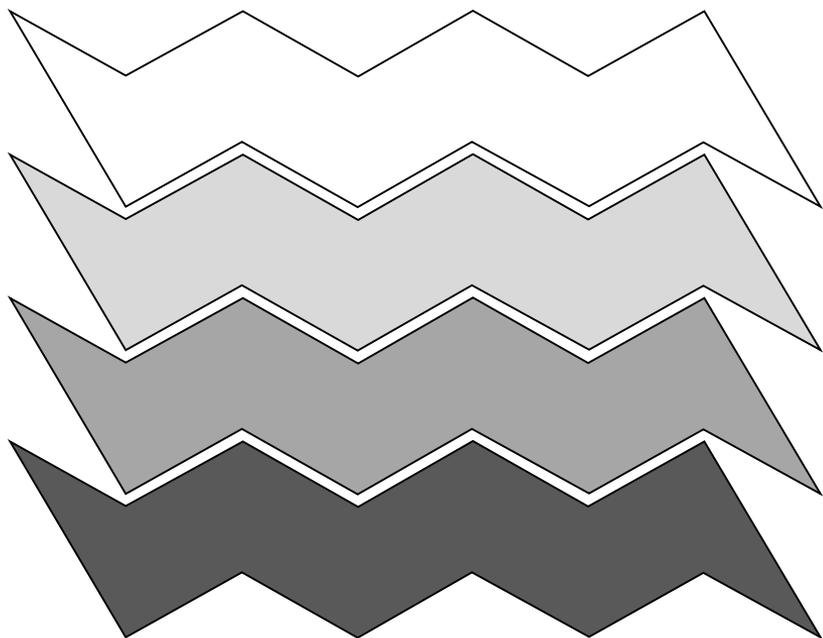
ryo12-8mentai

正八面体になる！

このとき、平坦だった帯の形は...

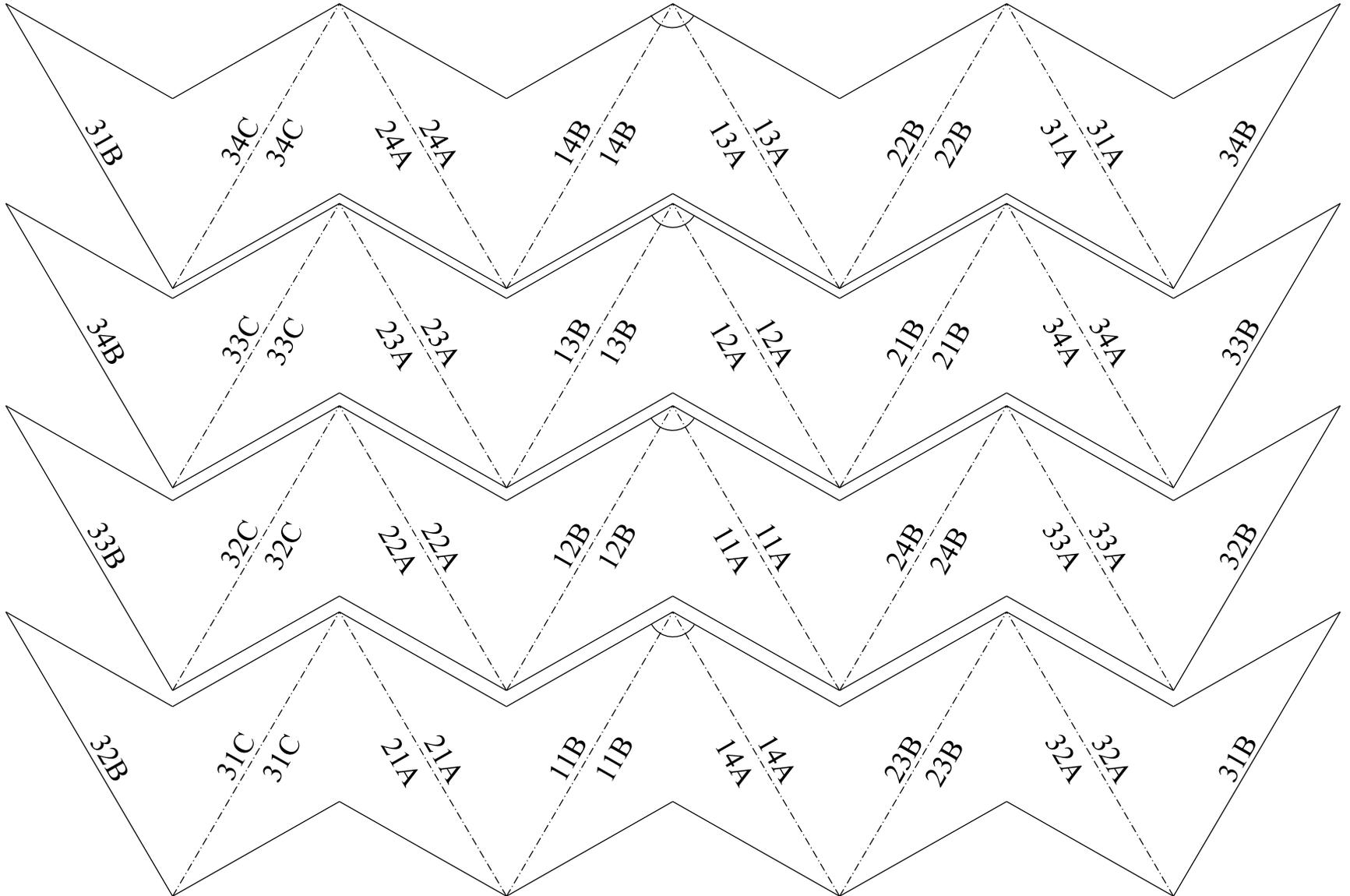


次のようにギザギザになる



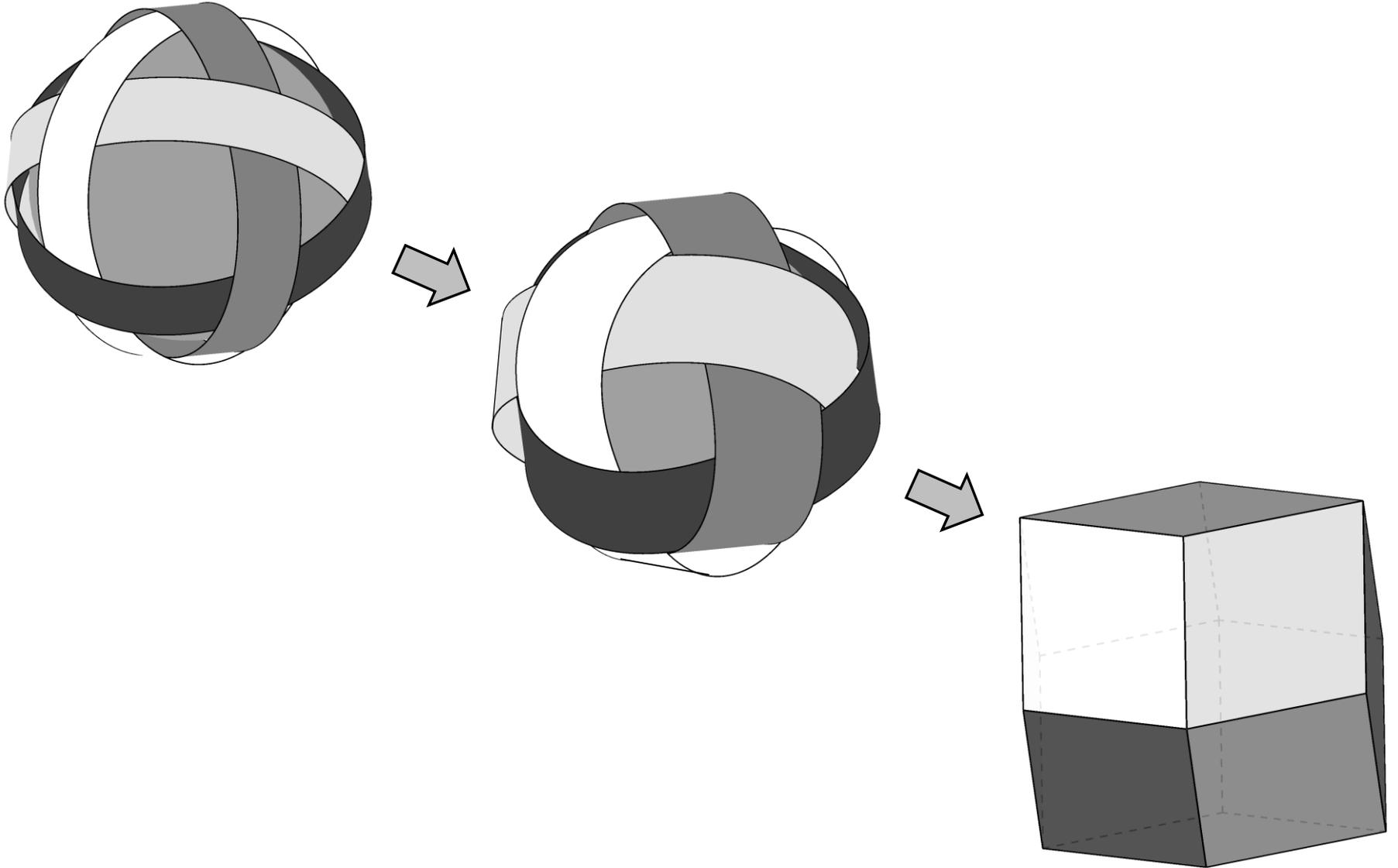
正八面編みの製作

4本の部品を使うこと以外は正四面体編みと同様

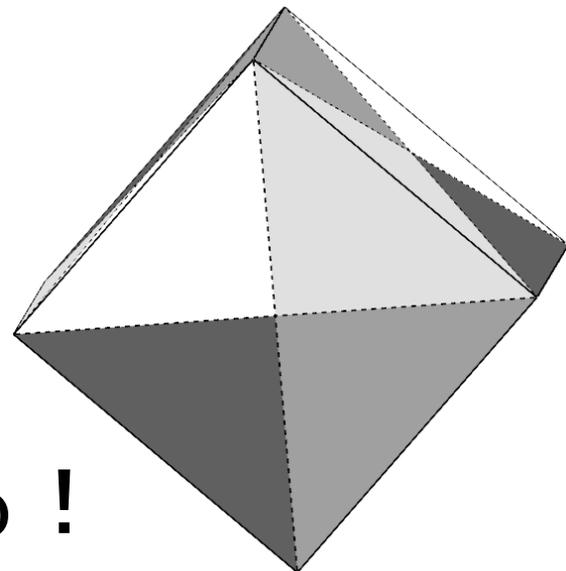
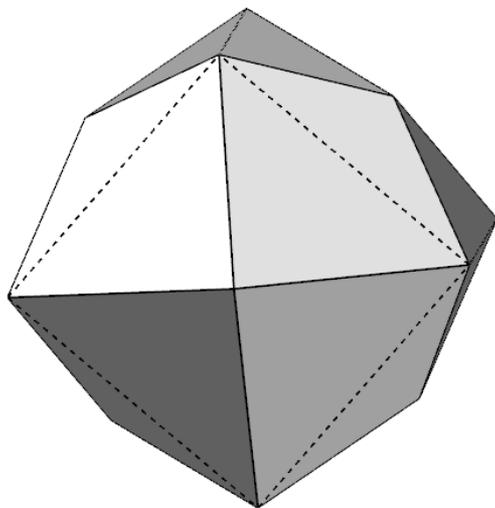
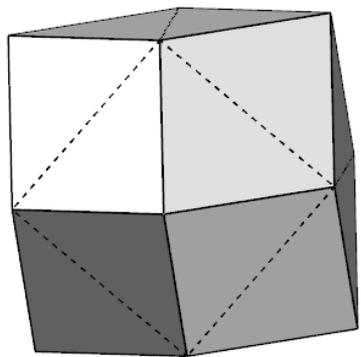


5. 四つ編みボールと 正六面体

正八面体編みの場合と同様に四つ編みボールの帯を、
帯同士のすき間が無くなるまで太くしてゆく



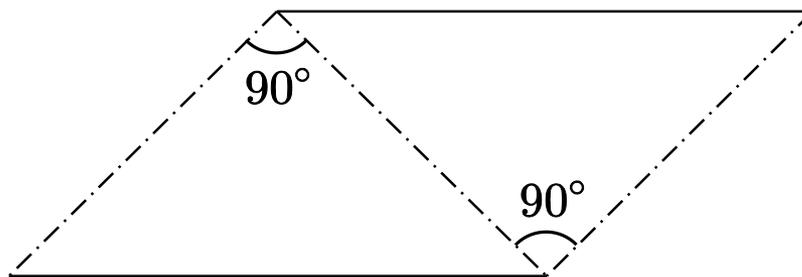
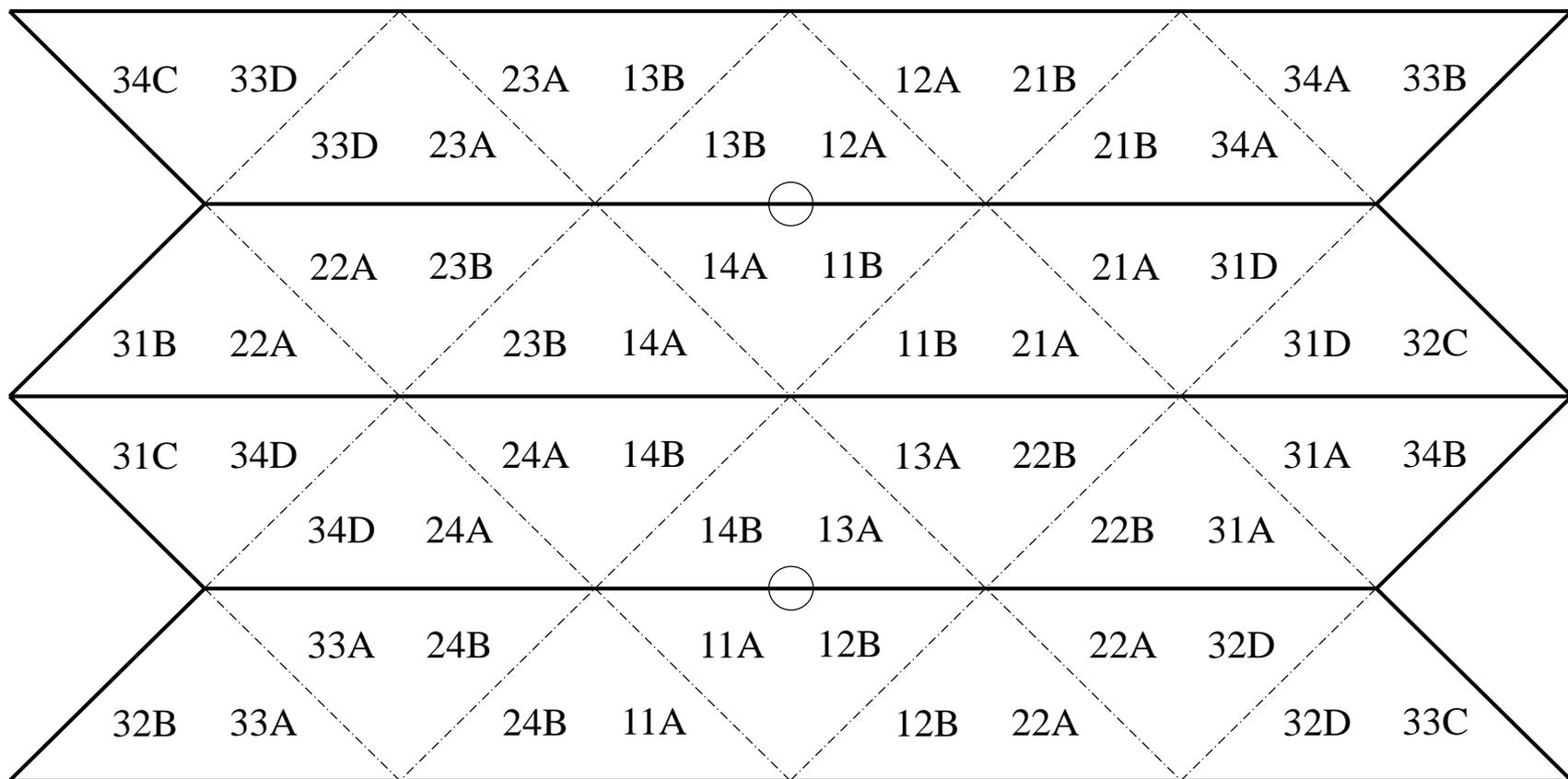
さらに変形してゆくと・・・



ryo12-6mentai

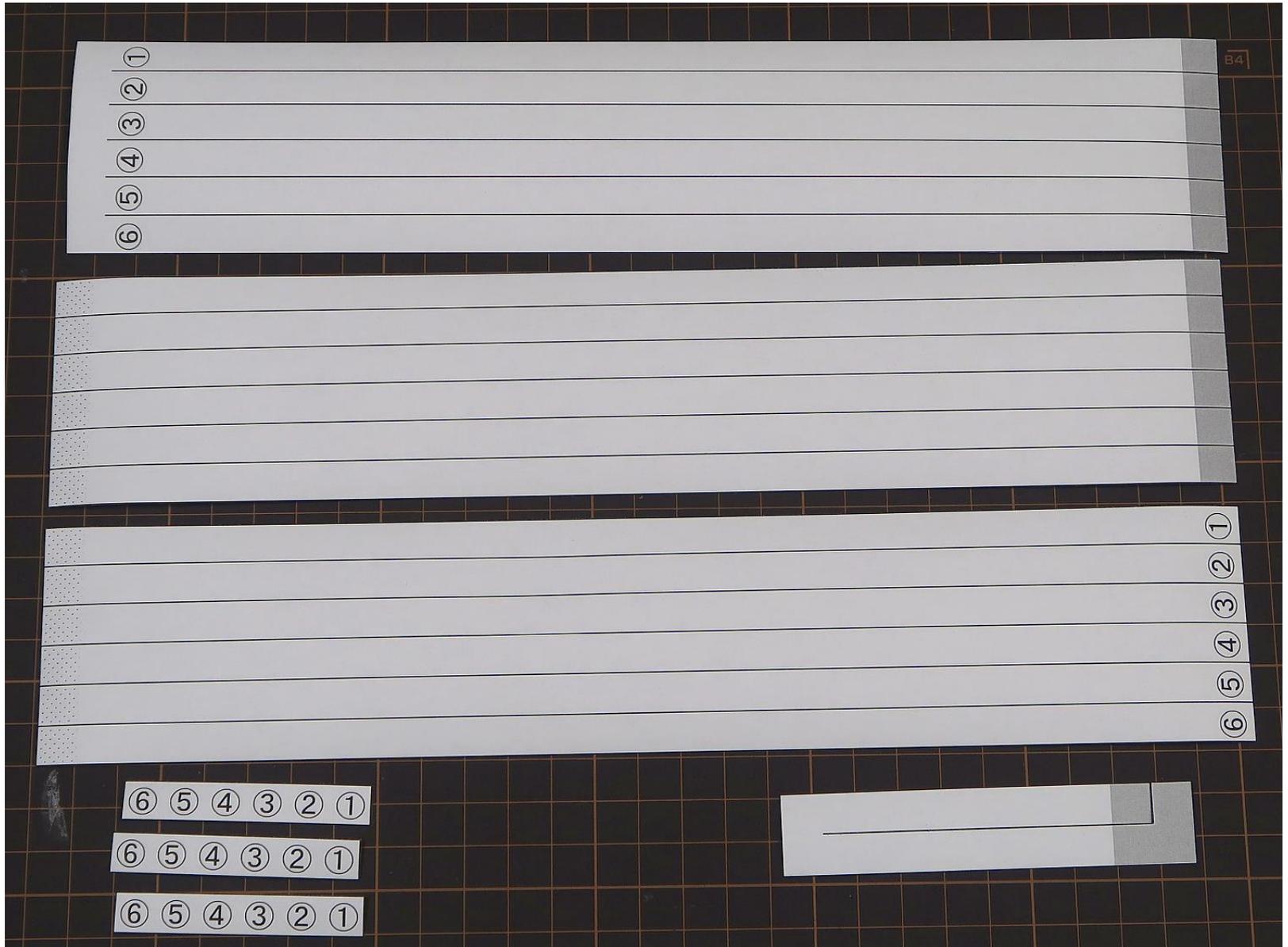
正六八面体になる！

この正六面体の部品は4本の直線の帯になる

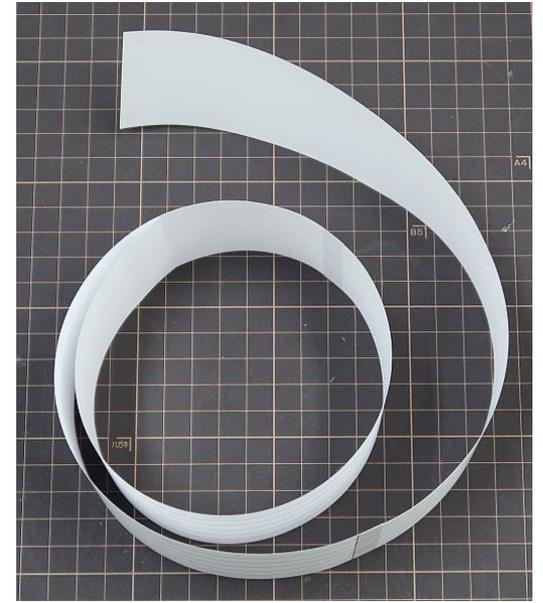
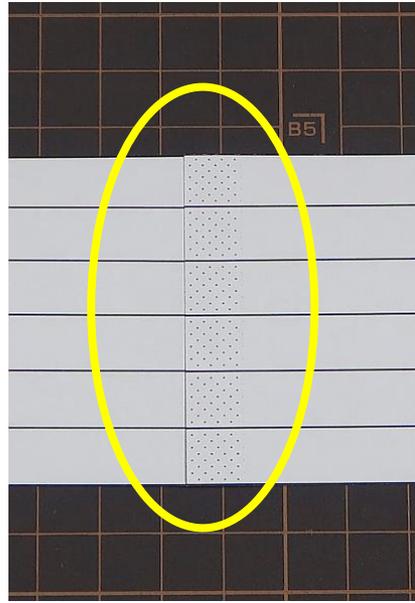
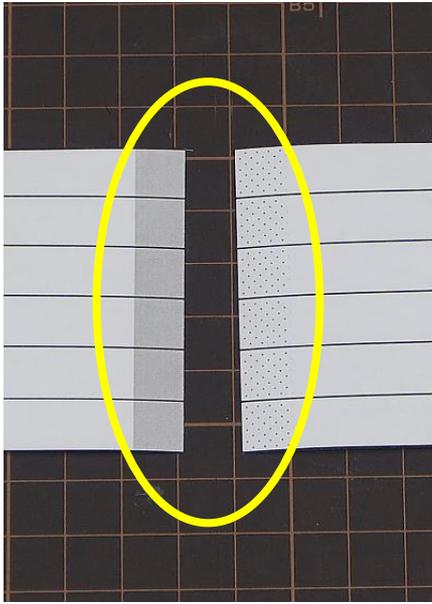


6. 六つ編みボールの製作

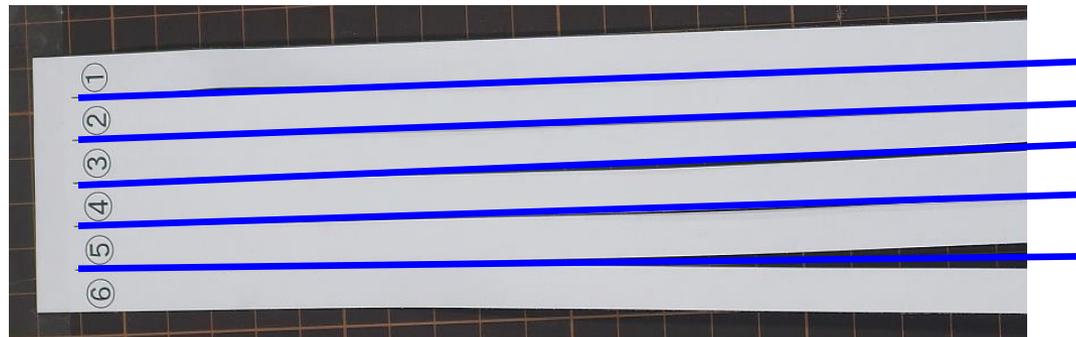
1. 部品を切り取る



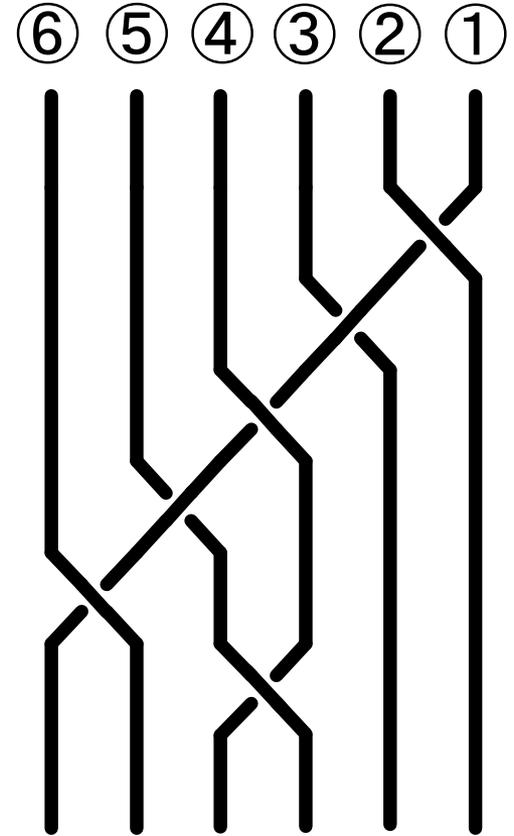
2. 太い帯3本をのり付けしてつなげる



3. 切り込みを入れる



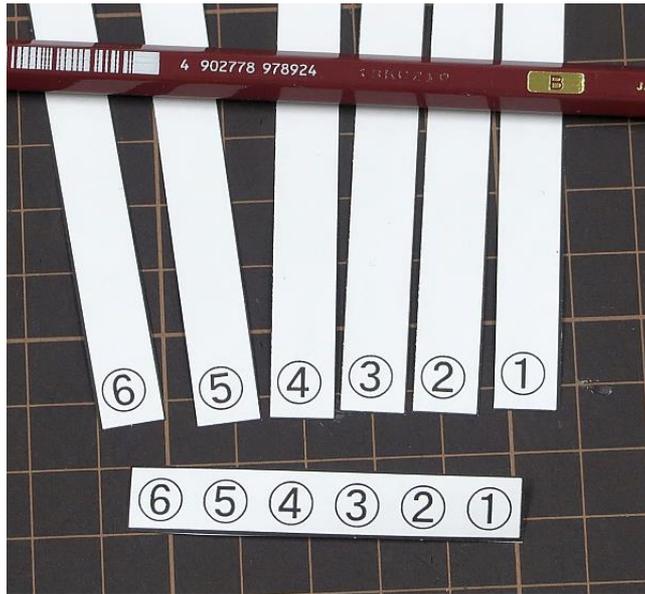
4. 六つ編みを編む



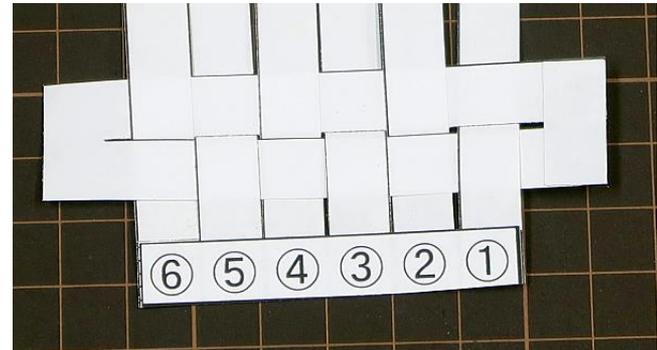
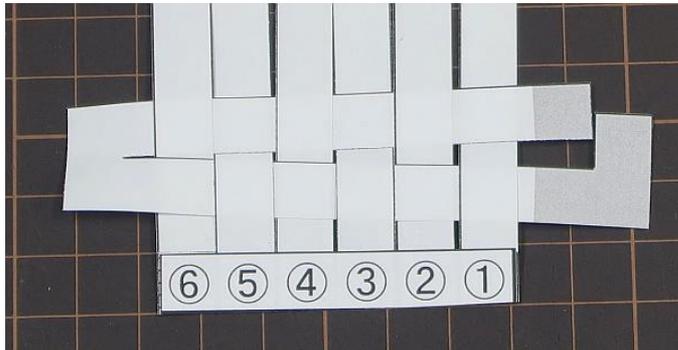
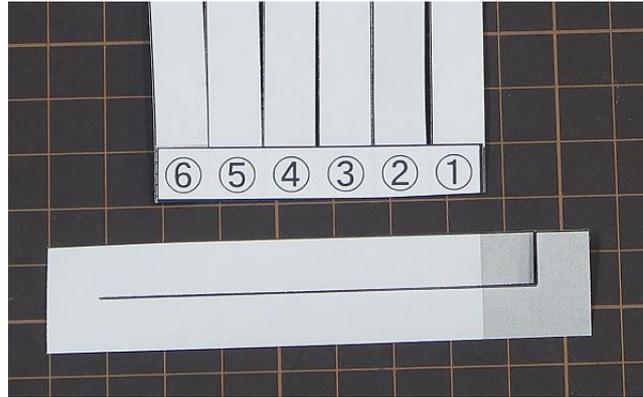
ほどけないようにクリップで固定しながら同じ編み方を5回繰り返す。

6. 端をのり付けする

六つ編みを5回繰り返すと帯の番号の順番が最初に戻るなので、その部分がバラバラにならないようにのり付けする。



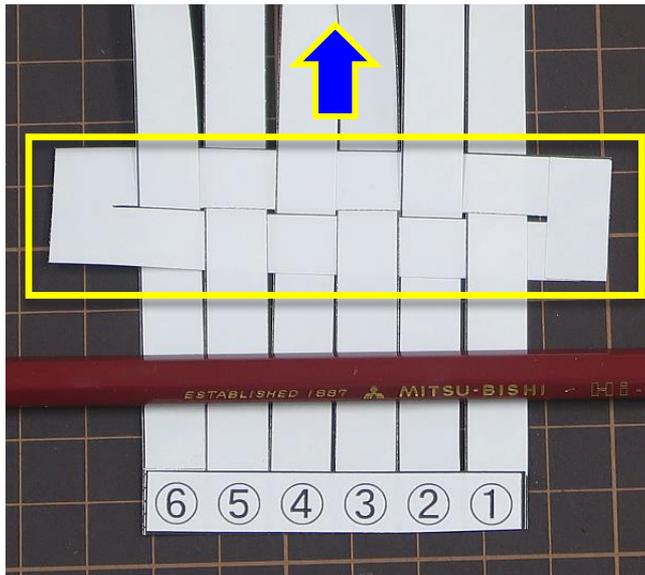
写真の部品を固定した帯の端の内側に編み込み、右端のりしろ部分を折ってのり付けする。

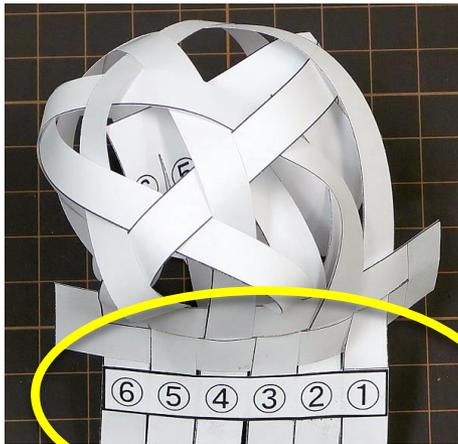


7. 六つ編み端をしぼる

編み込んだ部品をスライドさせ、六つ編みが密になるように絞る。

帯が丸くなることは気にせず、のり付けして3倍の長さにした帯が3分の1になるまで絞ってゆく。





バラバラの帯を部品でまとめたのり付けする。



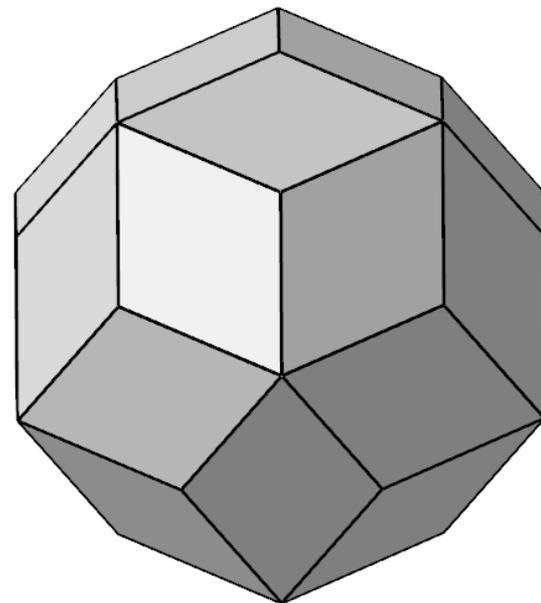
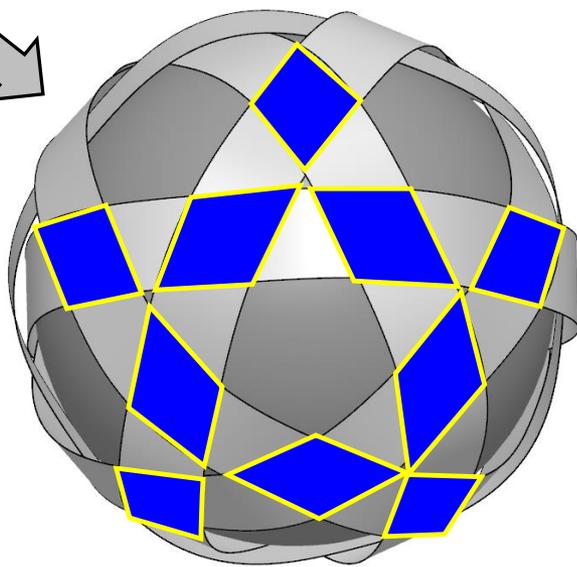
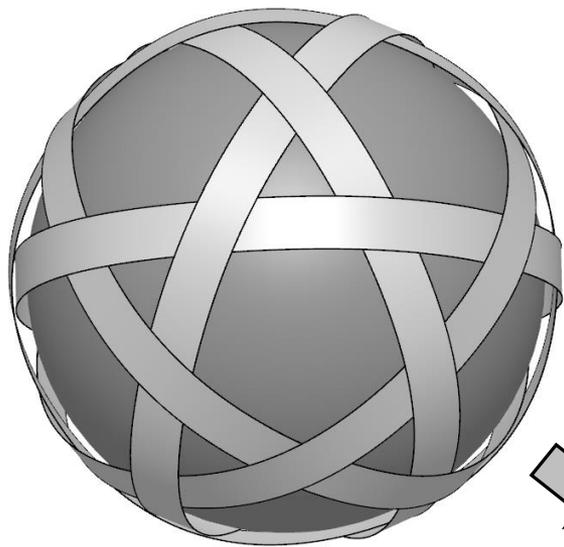
余った帯と絞るのに使った部品を切り落とす。

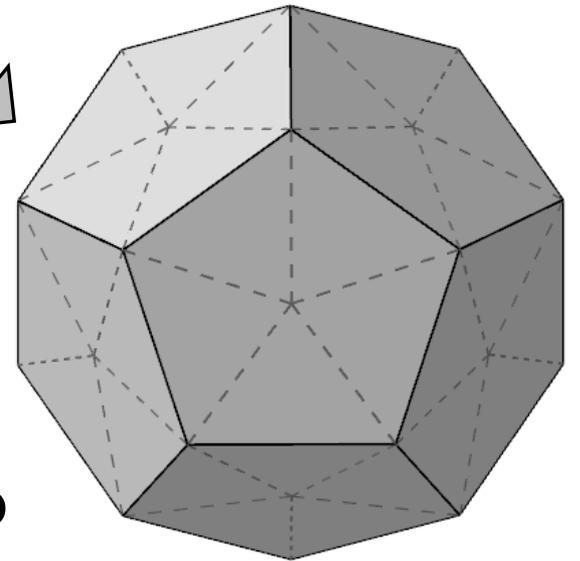
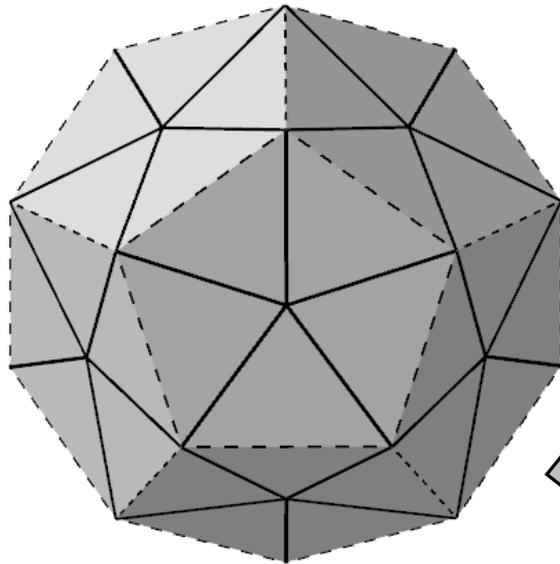
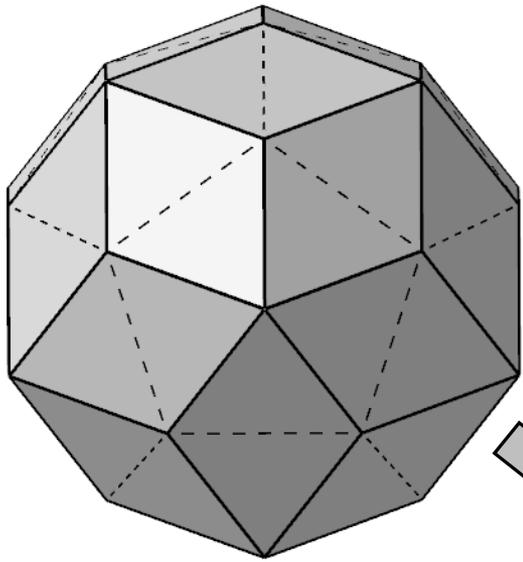


リング状にしてのり付けする



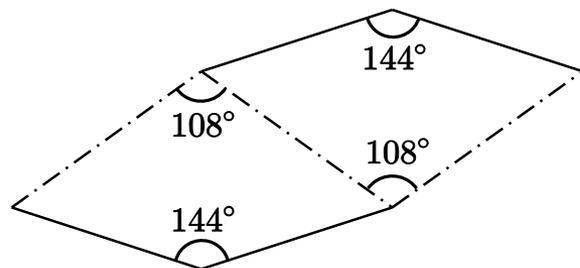
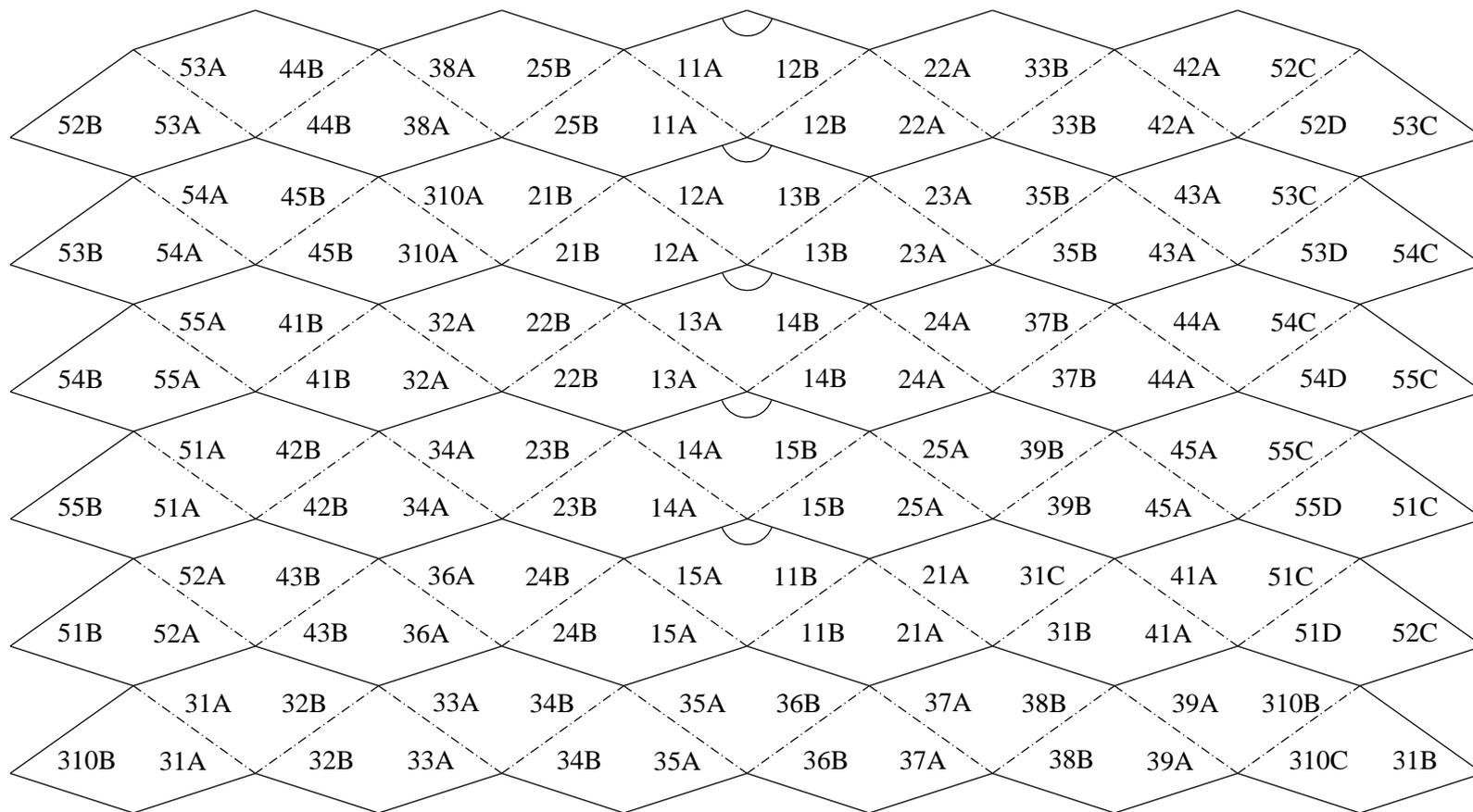
7. 六つ編みボールと 正十二面体



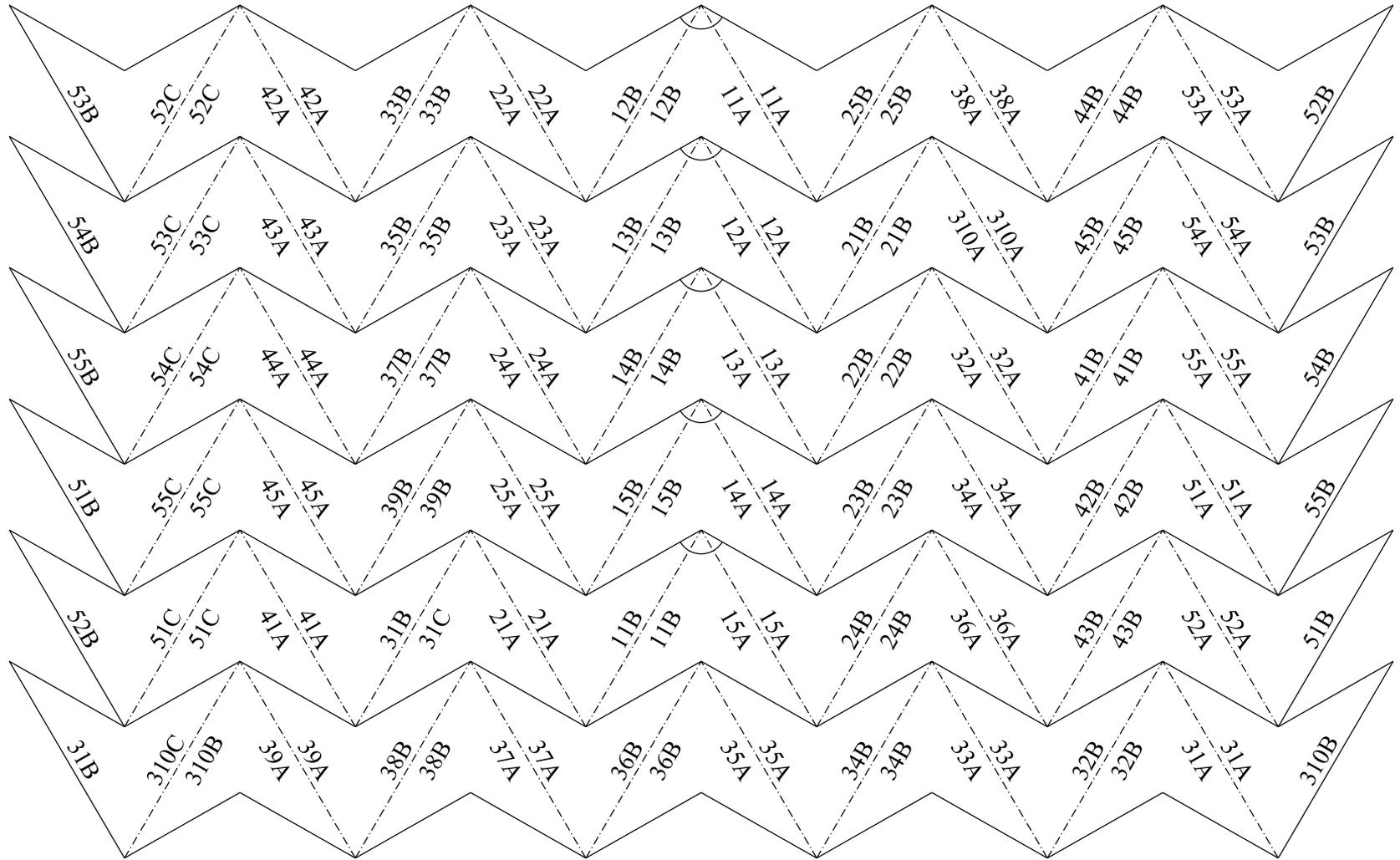


正十二面体になる

この正十二面体の部品は6本のギザギザの帯になる

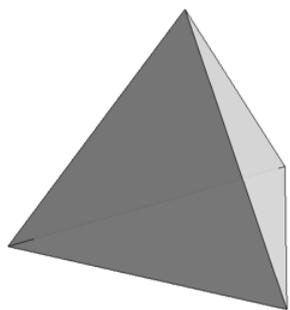


正二十面体も同様に6本のギザギザの帯になる

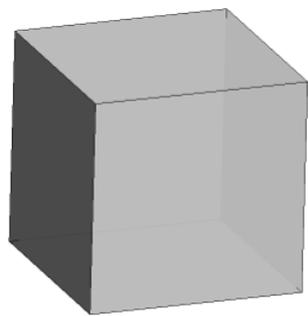


「数学」というと「数式」ばかりを思い浮かべてしまうかも知れませんが、実は今回の講義で体験した、一見すると正多面体とは何の関係も無さそうな「三つ編み」、「四つ編み」、「六つ編み」が正多面体に変形されること、また「正六面体」と「正八面体」、「正十二面体」と「正二十面体」がそれぞれ同じ本数の帯で編んだボールから作られるということは、見かけに惑わされずに物事の普遍的な性質をとらえるという「数学」的な考察そのものです。これを機に、身の回りにある様々な物事を数学的に考えてみましょう。

名前	正四面体	立方体	正八面体	正十二面体	正二十面体
面の形	正三角形	正四角形	正三角形	正五角形	正三角形
面の数	4	6	8	12	20
辺の数	6	12	12	30	30
頂点の数	4	8	6	20	12



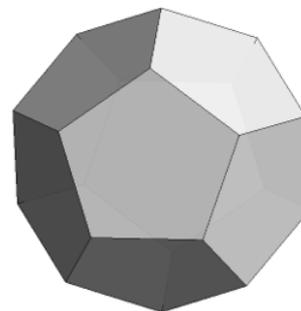
正四面体



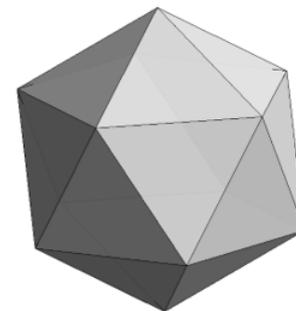
正六面体(立方体)



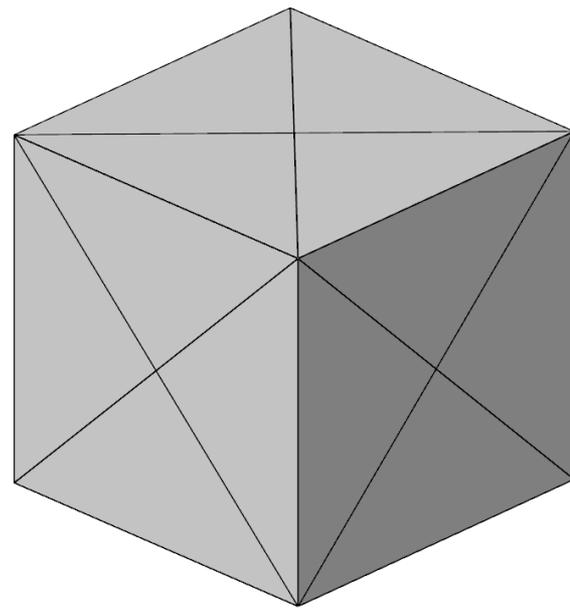
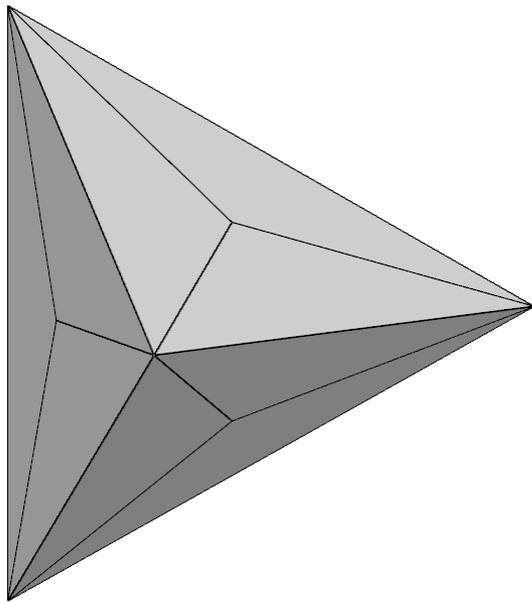
正八面体



正十二面体

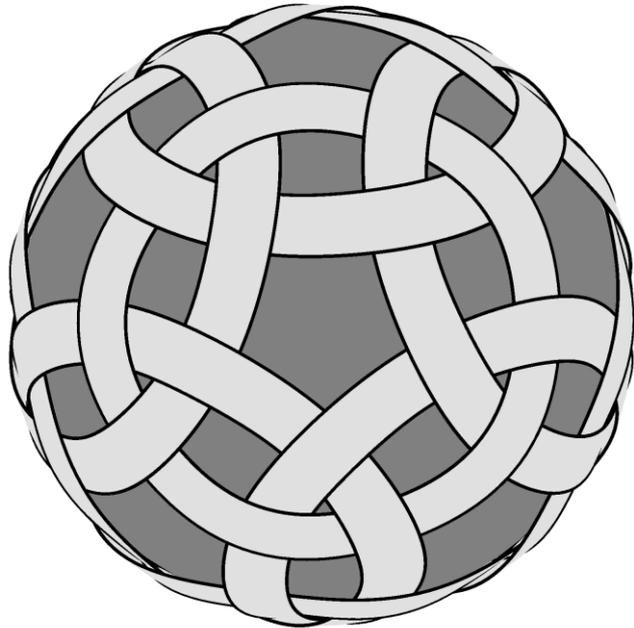


正二十面体



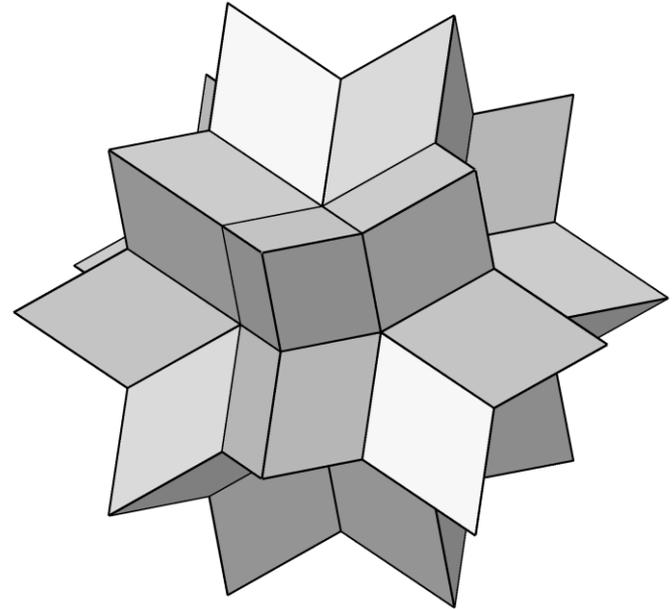
- 辺の数はともに**12本**である。
- 1本の辺に2個の三角形の辺となっている。
三角形の数 = $12 \times 2 = 24$ 個
- 2個の三角形で1個の菱形ができる。
菱形の数 = $24 \div 2 = 12$
- 4本の帯が他の6回交差している。
帯の交わりの数 = $4 \times 6 \div 2 = 12 =$ 菱形の数

12本編みボール



12ami

菱形60面体



ryo60

帯の交差の数 = 菱形の数 = 60