2019年 夏休みジュニア科学教室

工作で体験する「√ 」（ルート）の世界

1. √￣（ルート・root・平方根）

１．１．２乗

$a \times a$ を a^2 と表し a の2乗とよぶ。

$$\boxed{a^2 = a \times a}$$

例

$5^2 = 5 \times 5 = 25$　　$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

【問題】次の値を求めよ

(1) $15^2 = 225$　　(2) $1.4^2 = 1.96$

(3) $3^2 + 4^2 = 25$

１．２．平方根

２乗して a になる正の数を a の平方根といい $\sqrt{a}$ と表す。

例

$$\sqrt{25} = 5 \qquad \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

【問題】次の値を求めよ

(1) $\sqrt{49} = 7$

(2) $\sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$

(3) $\sqrt{0.16} = 0.4$

【問題】$\sqrt{2}$ の値を求めよ

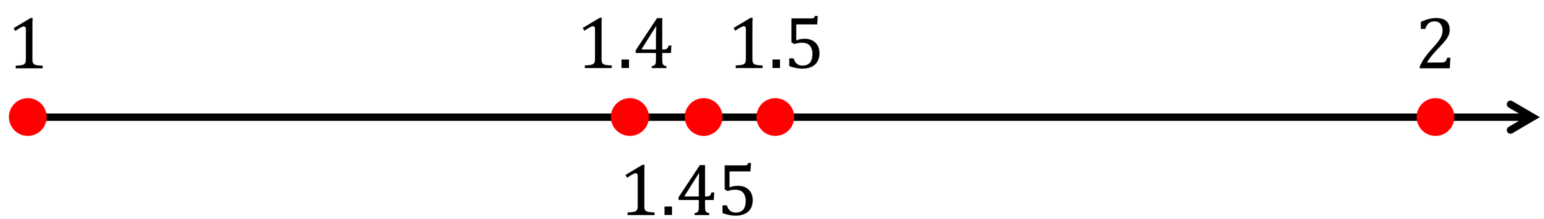
$\sqrt{2}$ は $\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$ を満たす数である。

$$1^2=1,\ 2^2=4 \quad \Rightarrow \quad 1<\sqrt{2}<2$$

$$1.5^2=2.25 \quad \Rightarrow \quad 1<\sqrt{2}<1.5$$

$$1.4^2=1.96 \quad \Rightarrow \quad 1.4<\sqrt{2}<1.5$$

$$1.45^2=2.1025 \quad \Rightarrow \quad 1.4<\sqrt{2}<1.45$$



このようにして $\sqrt{2}$ の近似値を求めてゆくと･･･

$\sqrt{2} = 1.414\cdots$（いつまでも続く･･･）

【問題】$\sqrt{3}$ の近似値を求めよ。

$\sqrt{3}$ の近似値

$1^2 = 1,\ 2^2 = 4 \implies 1 < \sqrt{3} < 2$

$1.5^2 = 2.25 \implies 1.5 < \sqrt{3} < 2$

$1.75^2 = 3.0625 \implies 1.5 < \sqrt{3} < 1.75$

$1.7^2 = 2.89 \implies 1.7 < \sqrt{3} < 1.75$

$1.725^2 = 2.97\cdots \implies 1.725 < \sqrt{3} < 1.75$

$1.73^2 = 2.992\cdots \implies 1.73 < \sqrt{3} < 1.75$

$1.74^2 = 3.0276 \implies 1.73 < \sqrt{3} < 1.74$

$\sqrt{2}$ や $\sqrt{3}$ の近似値は電卓を用いると簡単に計算できる。

$$「2」+「\sqrt{}」\Longrightarrow 1.414213562\cdots$$

次のような方法で平方根の近似値を求めることもできる。たとえば「$\sqrt{5}$」の近似値を求めるには

1．適当な数字、例えば「 3 」に対して次の計算をする。

$$(5 \div 3 + 3) \div 2 = 2.333\cdots$$

実際には「 5 ÷ 3 + 3 ÷ 2 」と入力する。

こうして得られた値「2.333 ⋯」は「3」よりも「$\sqrt{5}$」に近い値となる。

2．上で得られた値に近い値、例えば「 2.33 」に対して同様に次のような計算をする。

$$(5 \div 2.33 + 2.33) \div 2 = 2.2379\cdots$$

3．上の値を利用してより正確な近似値を計算する。

$\sqrt{7}$ の近似値を求めてみよう

１. 適当な数字、例えば「 3 」に対して次の計算をする。

$$(7 \div 3 + 3) \div 2 = \boxed{}$$

２. □に近い値に対して同様に次のような計算をする。

$$(5 \div \square + \square) \div 2 = \boxed{}$$

３. これを繰り返すと

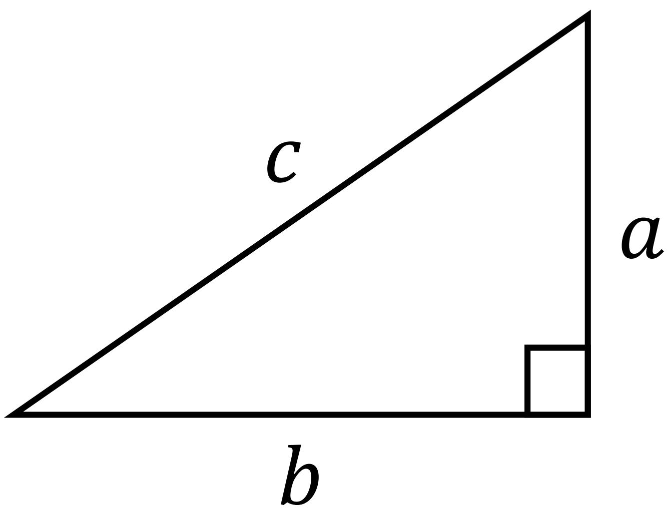
$$\sqrt{7} = 2.645 \cdots$$

に近い値が得られる。

１．３．三平方の定理

三平方の定理（ピタゴラスの定理）

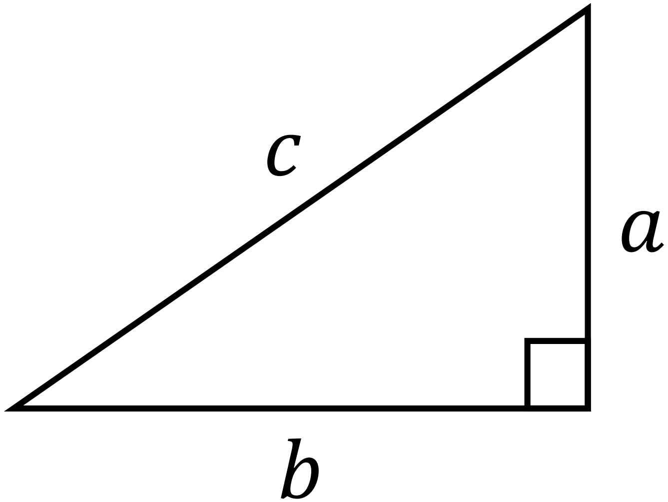
直角三角形の斜辺の長さの二乗はその他の辺の二乗の和と等しい。



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

三平方の定理（ピタゴラスの定理）

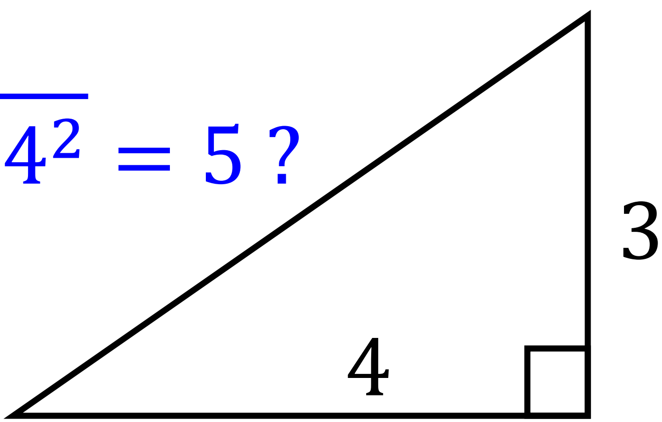


$$c^2 = a^2 + b^2$$

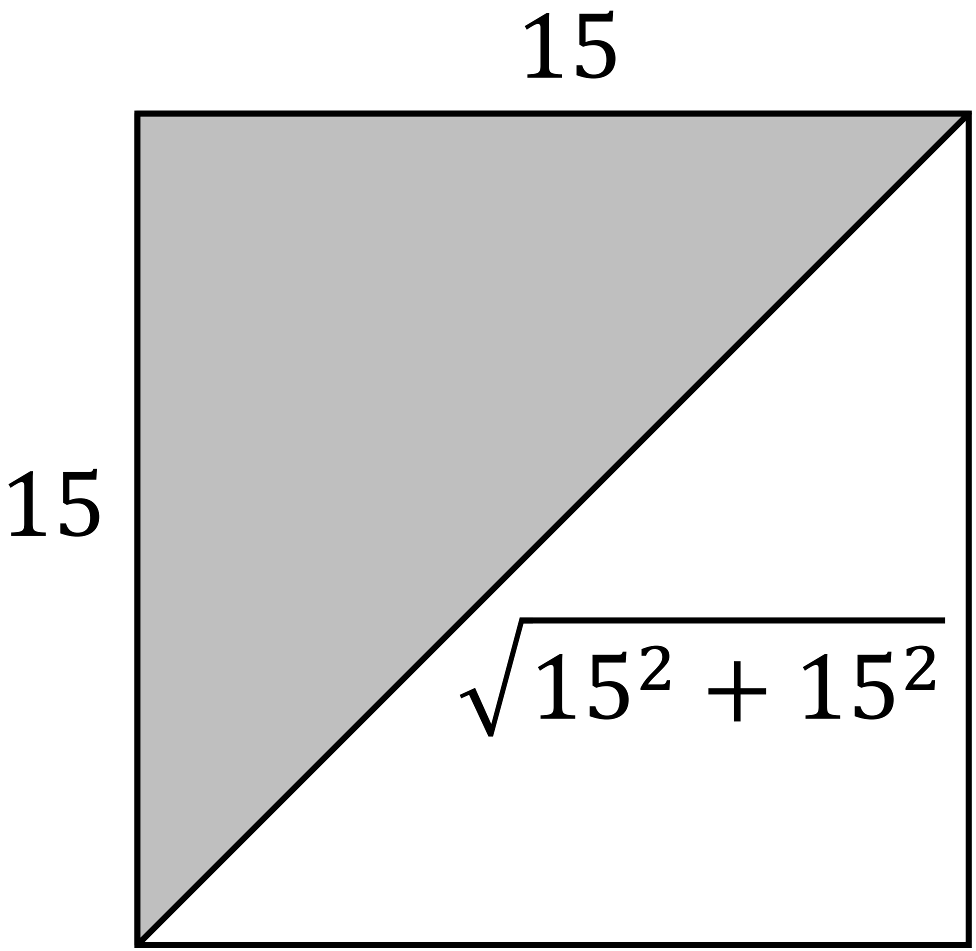
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

グラフ用紙に下図のような直角三角形を描いて辺の長さを測り、三平方の定理が成り立つことを確かめてみる。

$$\sqrt{3^2 + 4^2} = 5\,?$$



【問題】一辺の長さが15cmの正方形の折り紙の対角線の長さを計算し、実際にその長さを確かめよ。

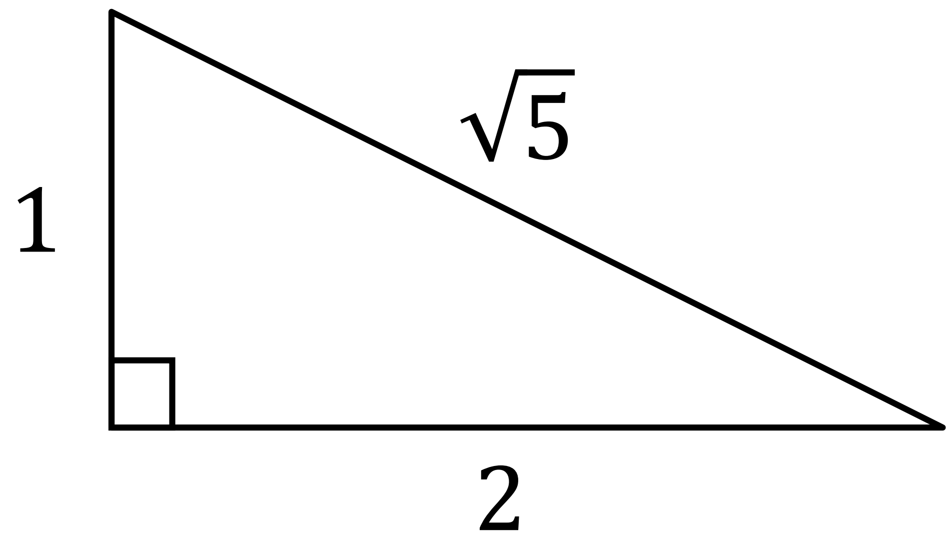


$$\sqrt{15^2 + 15^2} = 21.213\cdots$$

【問題】正方形の折り紙を使い、下図のような直角三角形の辺の長さの比が

$$1 : 2 : \sqrt{5}$$

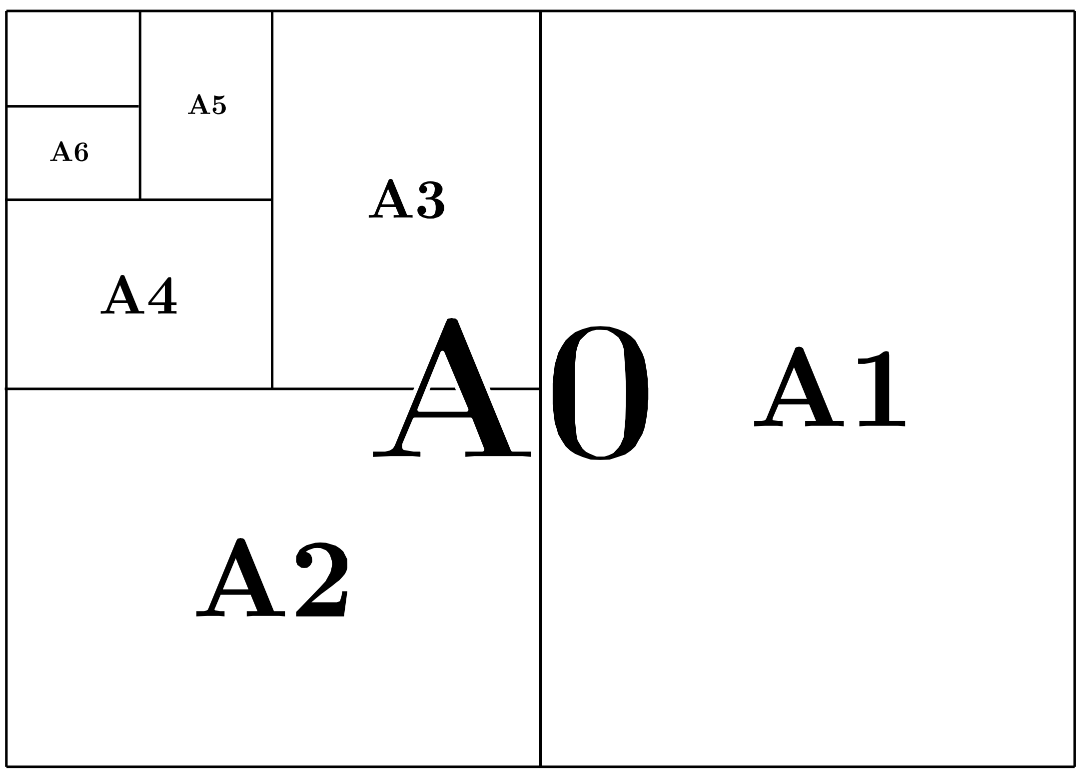
であることを確認せよ。



「A4」という規格は、コピー用紙など最も良く使われる次の紙のサイズである。

$$210\ \mathrm{mm} \times 297\ \mathrm{mm}$$

「A4」の他に、「A版」とよばれる「A0」、「A1」・・・サイズは次のように決められる。



【問題】「A4判」の紙の短辺と長辺の長さの比が「$1 : \sqrt{2}$」であることを実際に長さを測って確かめよ。
さらにA4判を半分にした「A5判」の長さの比も同様に「$1 : \sqrt{2}$」であることを確かめよ。

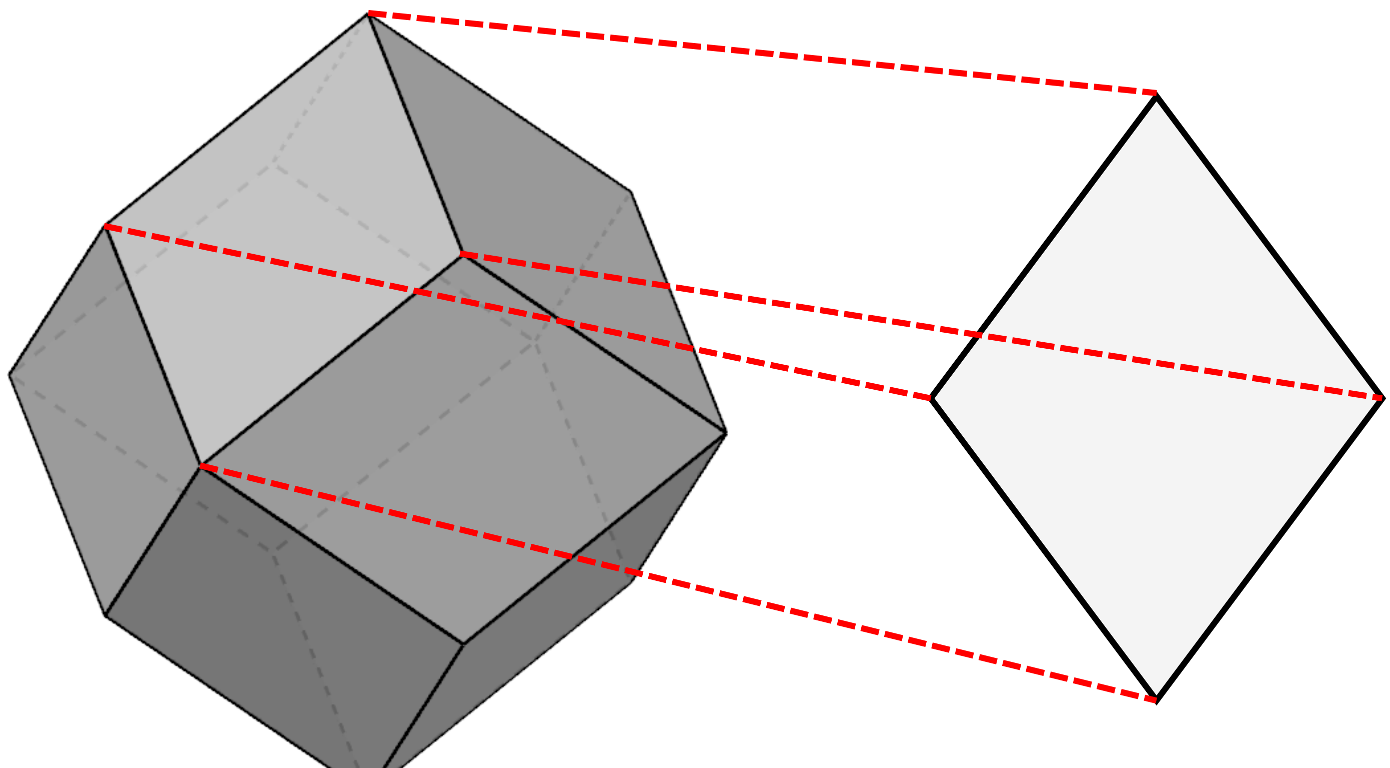
白銀比　「$1 : \sqrt{2}$」を「白銀比」という。

- 白銀比の長方形を半分にしてできる長方形も白銀比である。
- A判は辺の長さの比が白銀比の長方形である。

２. 菱形十二面体の製作

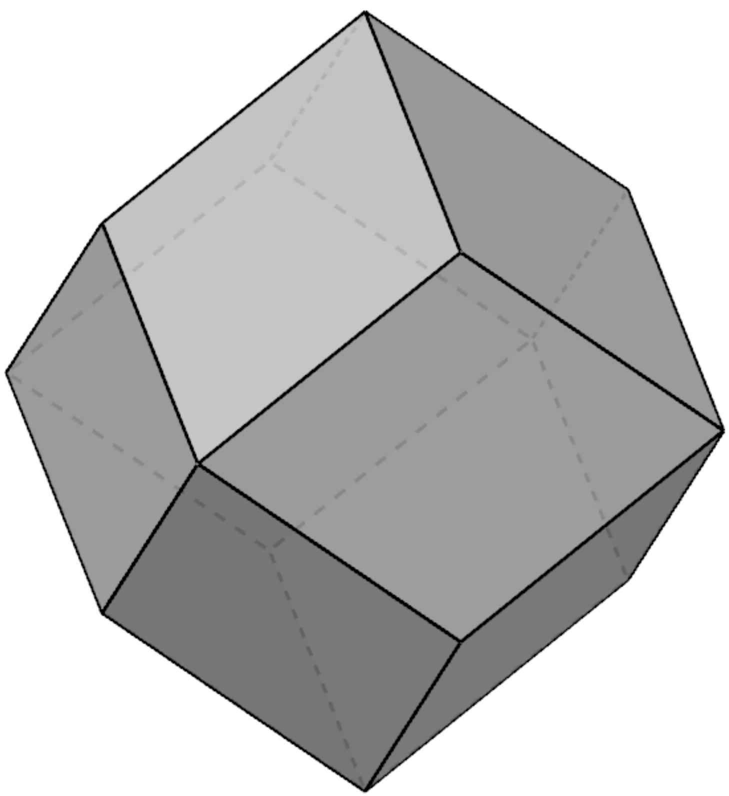
2．1．菱形十二面体

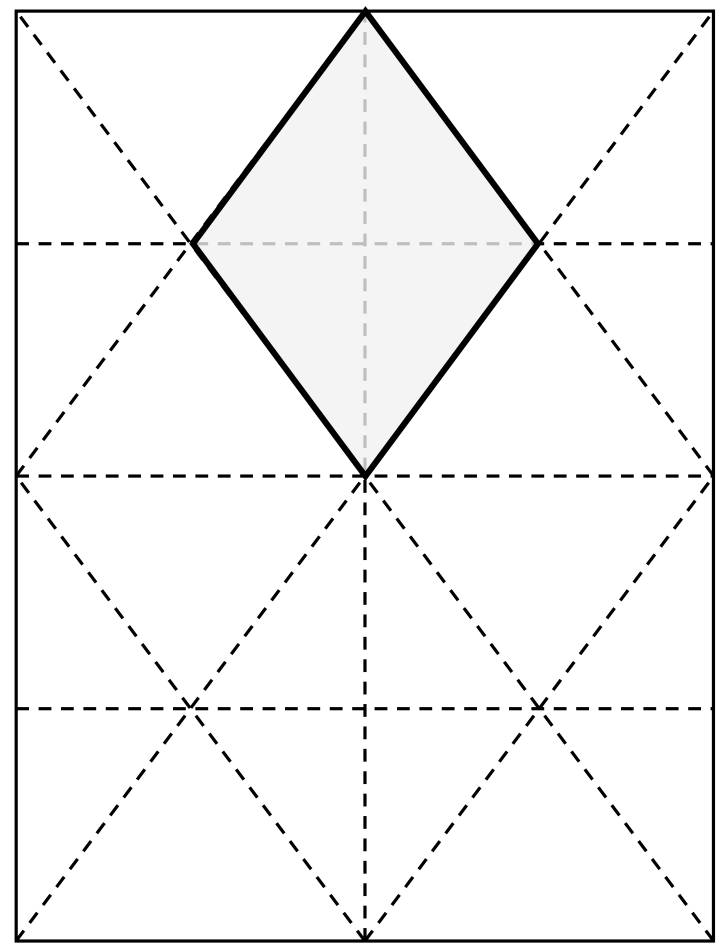
対角線の長さの比が白銀比（$1:\sqrt{2}$）の菱形12枚の面でできた次のような立体を菱形十二面体という。

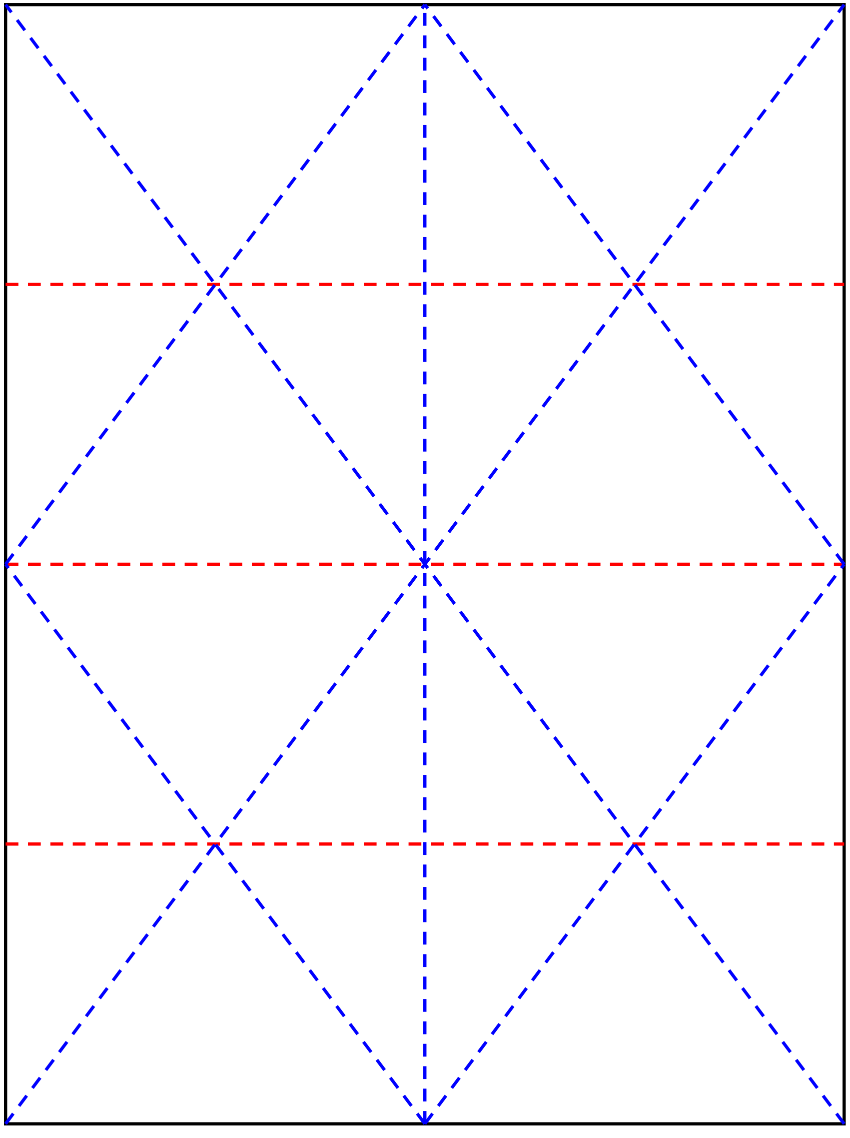


２．２．菱形十二面体の製作

菱形十二面体の菱形は、辺の長さが白銀比のA4用紙から簡単に作ることができる。



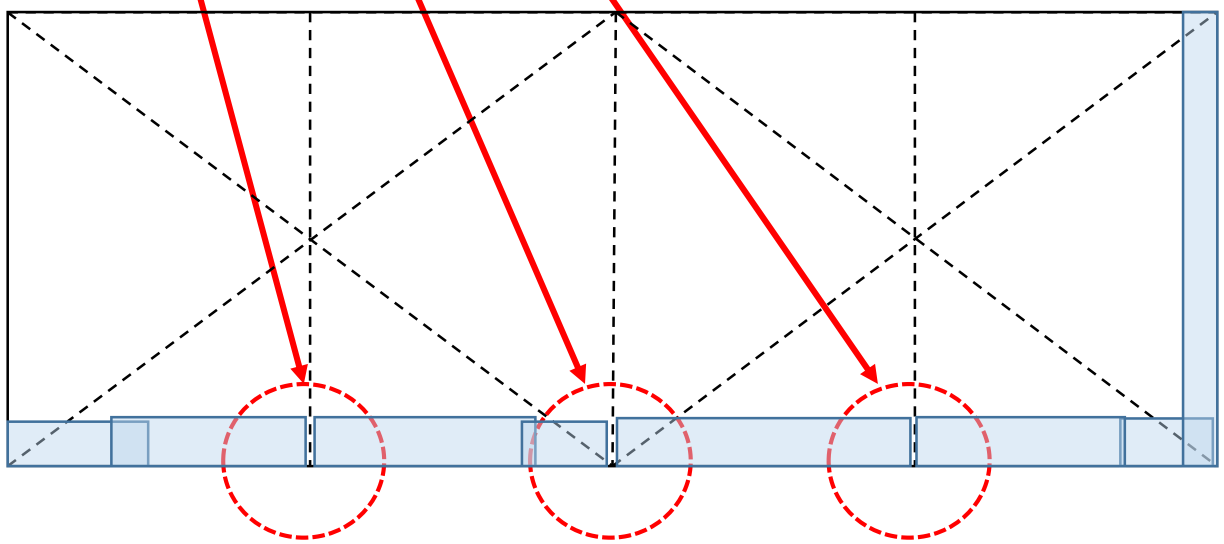




「ななめ」と「縦」は
「山折り」

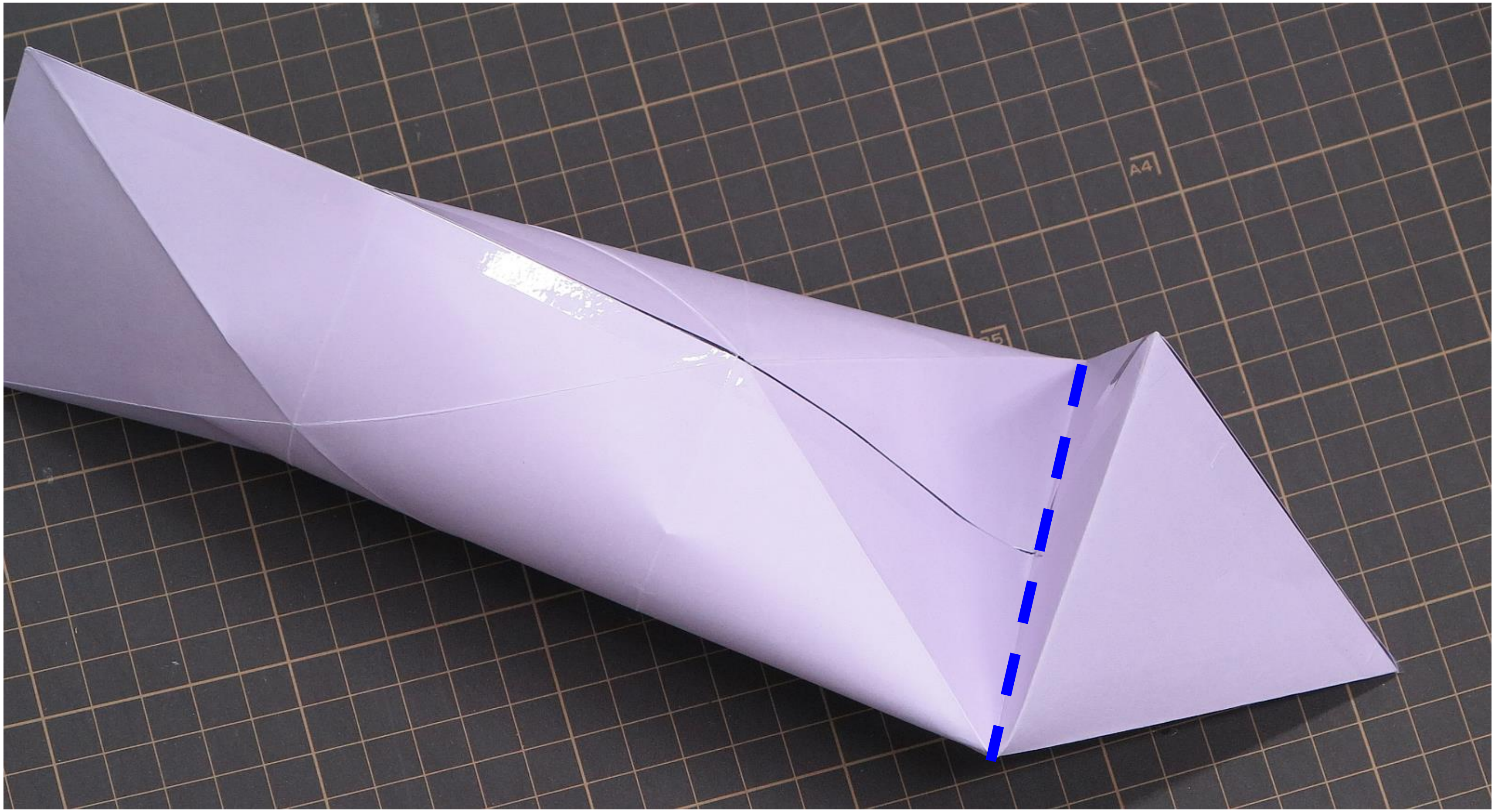
「横」の折り目は
「谷折り」

折目にセロテープがかからないようにする。

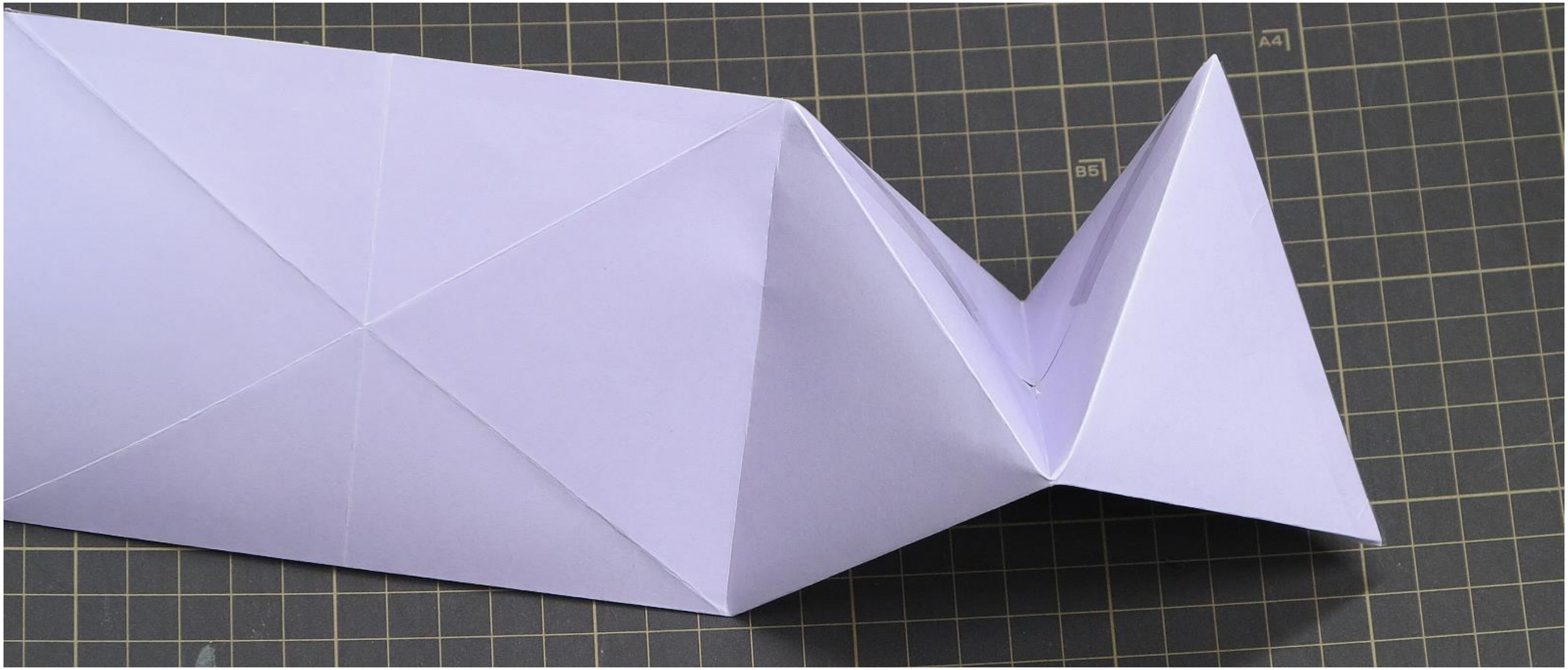


二つ折りにして封筒形になるように
セロテープで留める

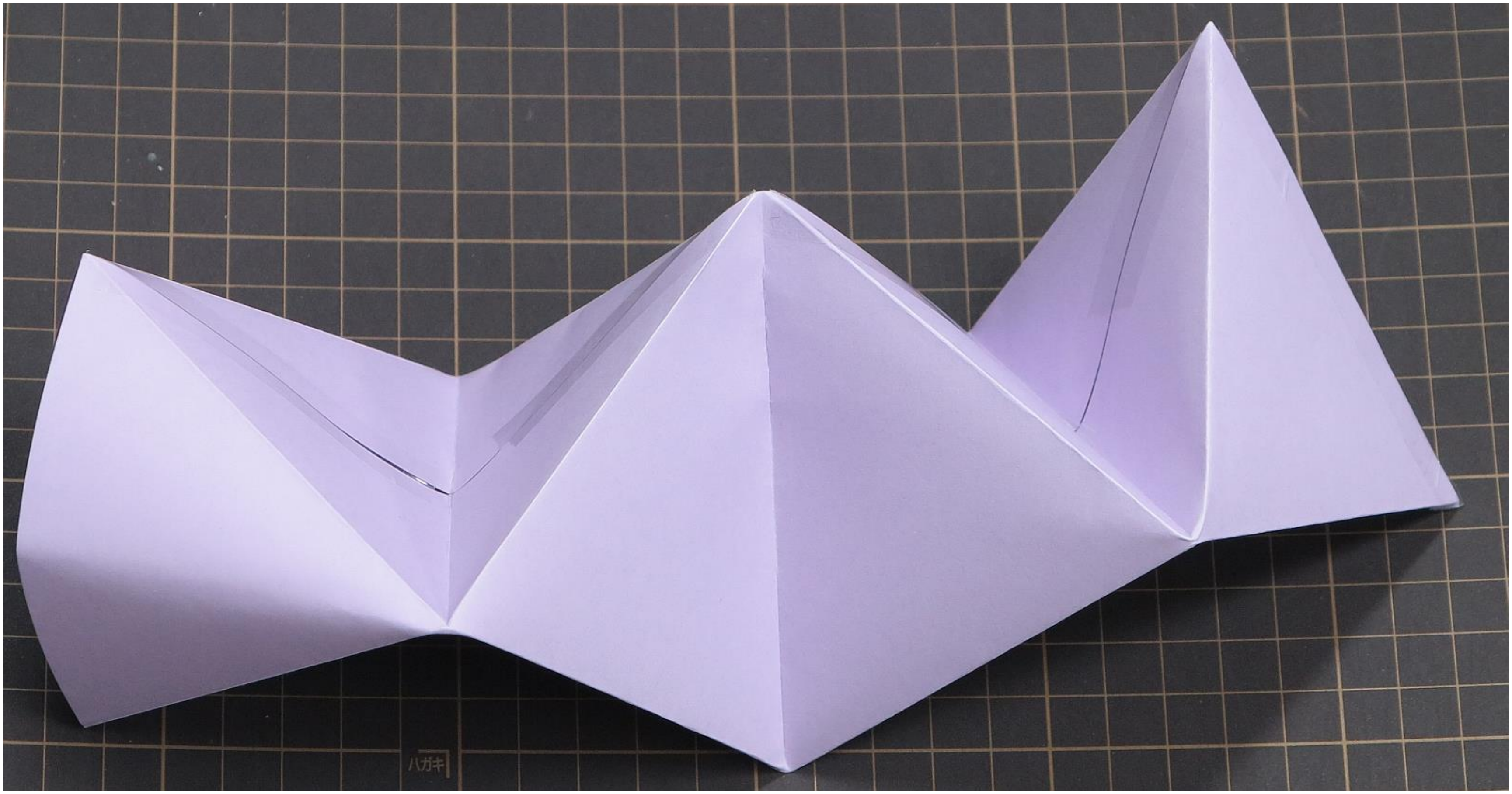
封筒の底側に、折り目を使って写真のような
三角すいを作る。



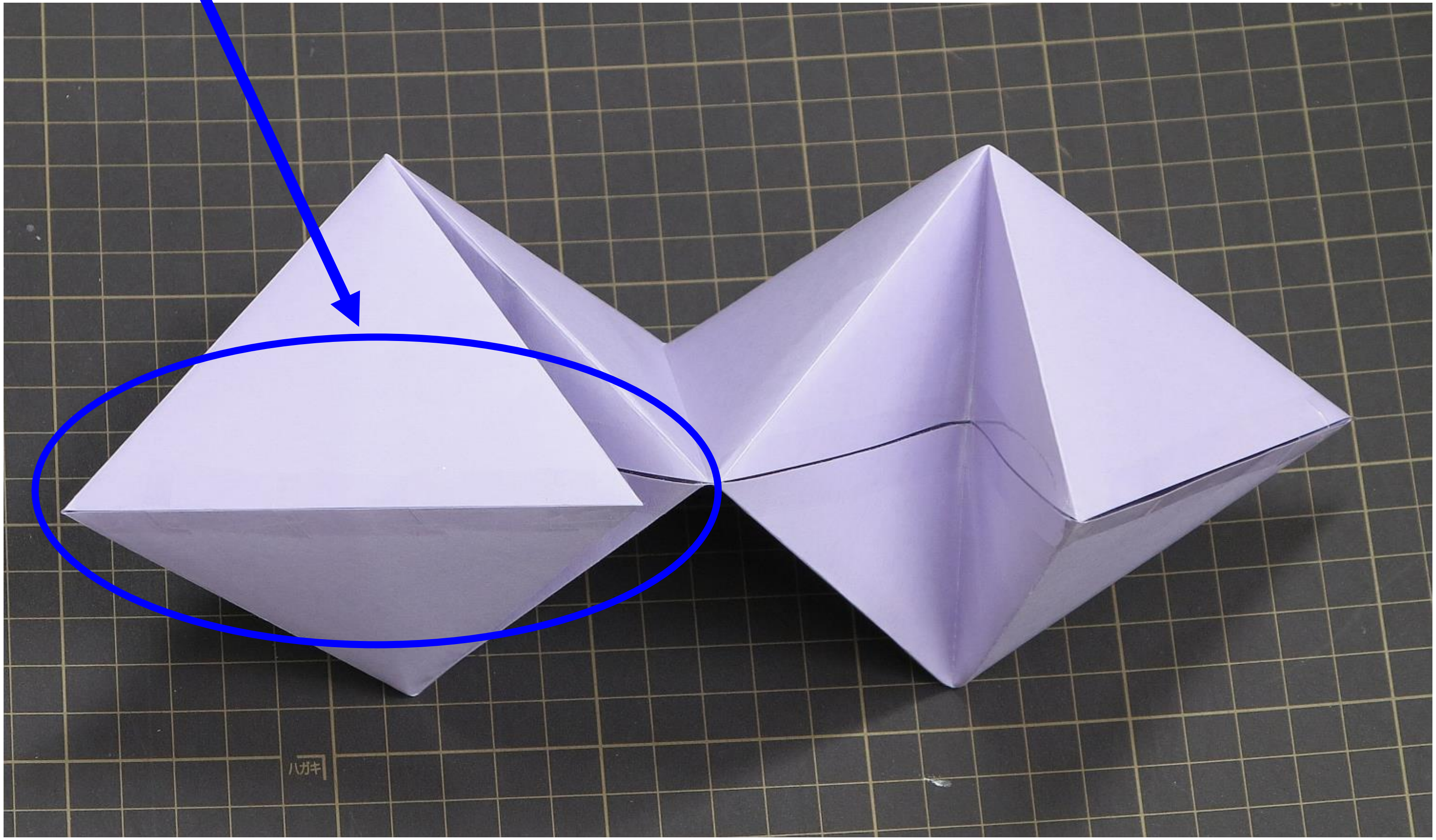
最初の折り目とねじれの関係になるように、
折り目を使って2個目の三角すいを作る。



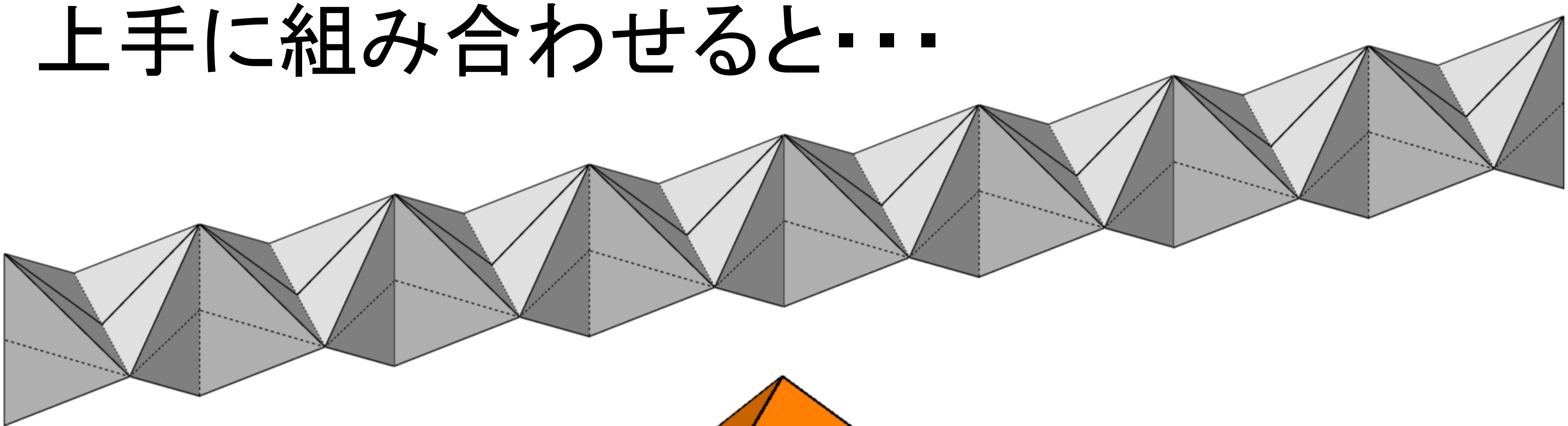
同様に3個目の三角すいを作る。

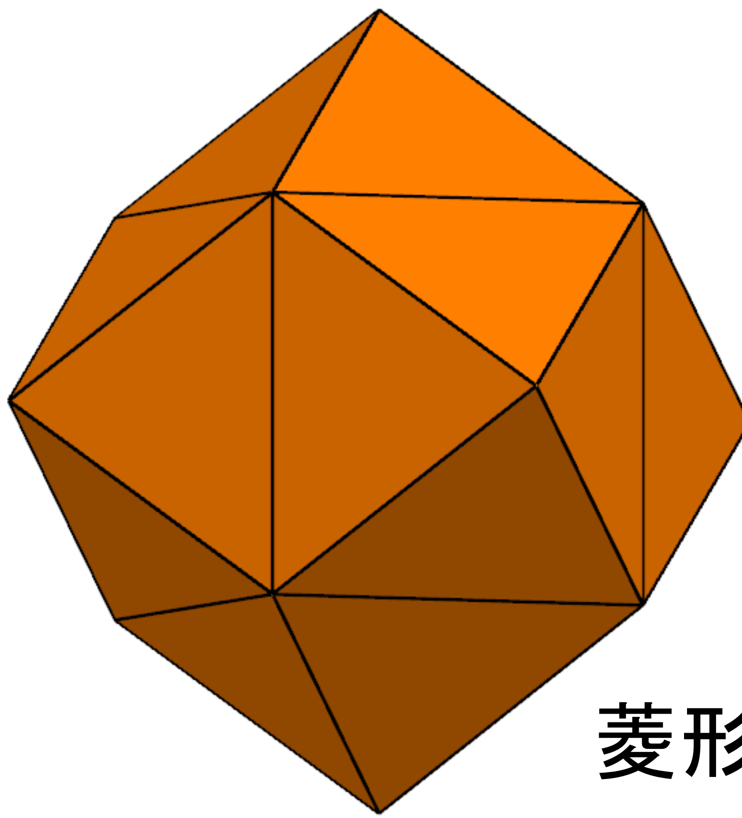


セロテープですき間をふさぐように4個目の三角すいを作る。



同じものを合計6個作って
上手に組み合わせると･･･





菱形十二面体

３．正二十面体の製作

３．１．黄金比

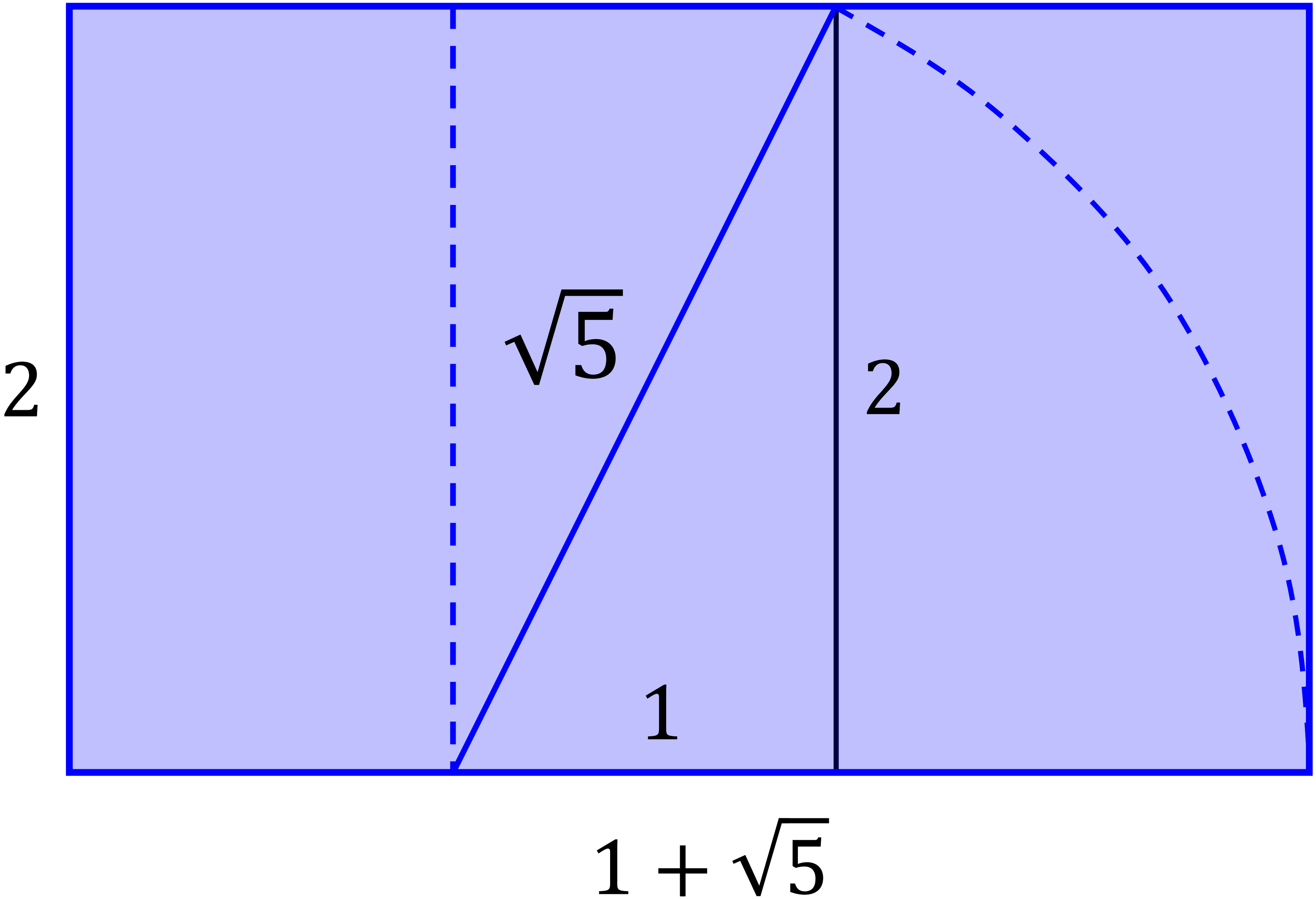
$$1 : \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1 : 1.61803\cdots$$

を黄金比という。

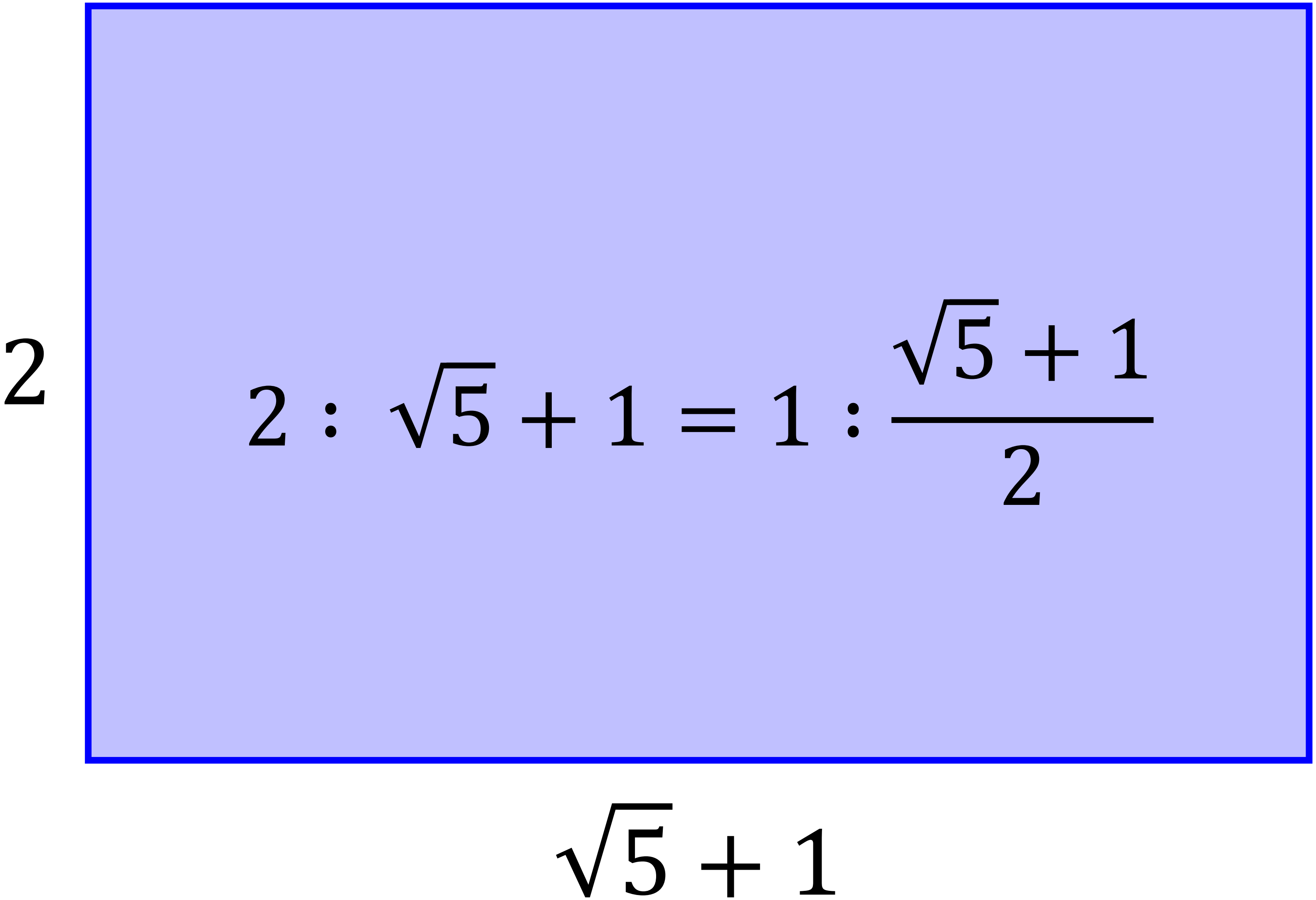
黄金比	白銀比
$1 : \frac{\sqrt{5}+1}{2}$	$1 : \sqrt{2}$

黄金比は自然界や芸術の中にも現れる美しい比率である。

３．２．黄金比の作図

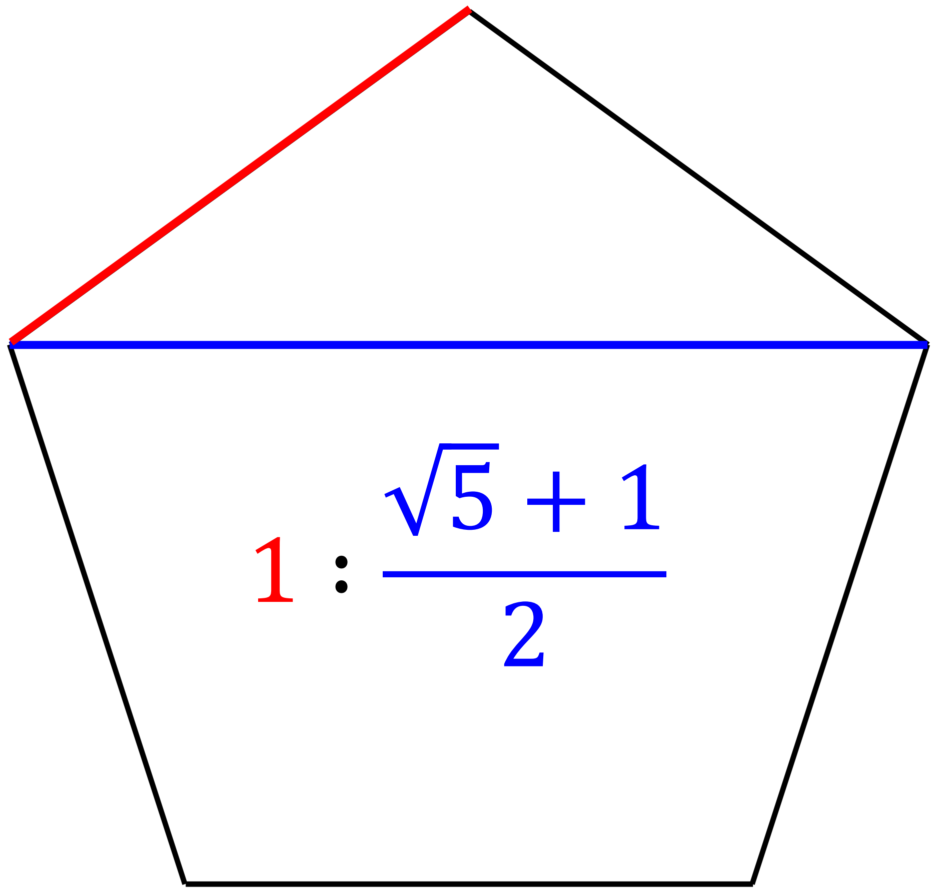


３．２．黄金比の作図

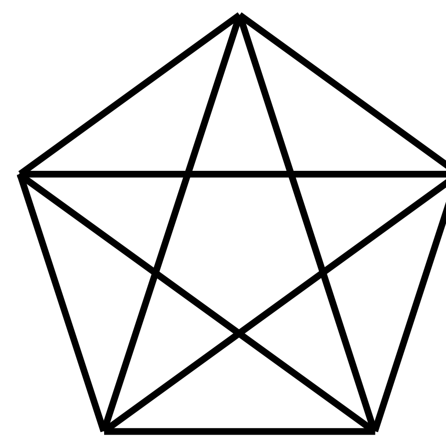


３．３．黄金比の例

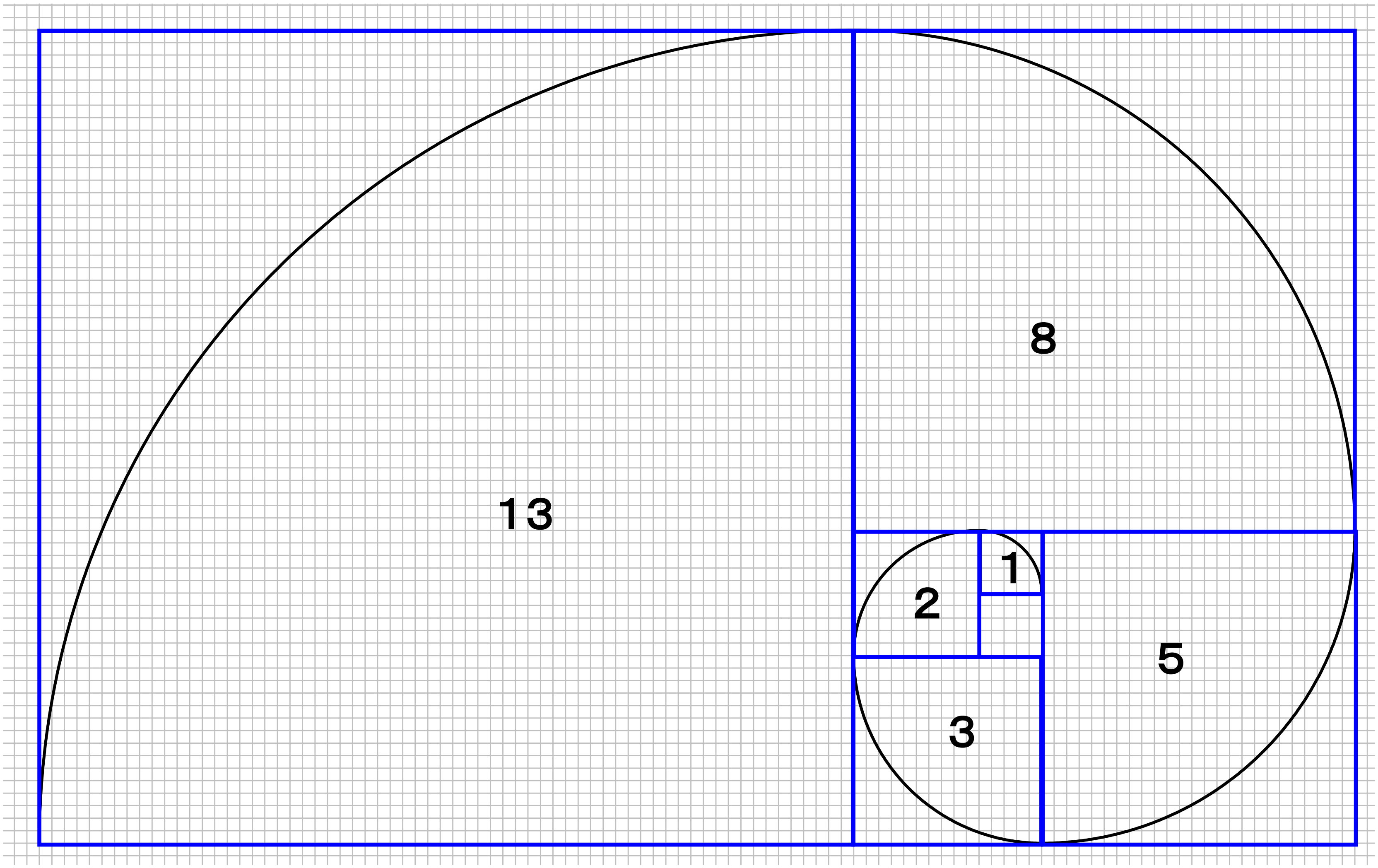
正五角形の一辺と対角線の長さの比



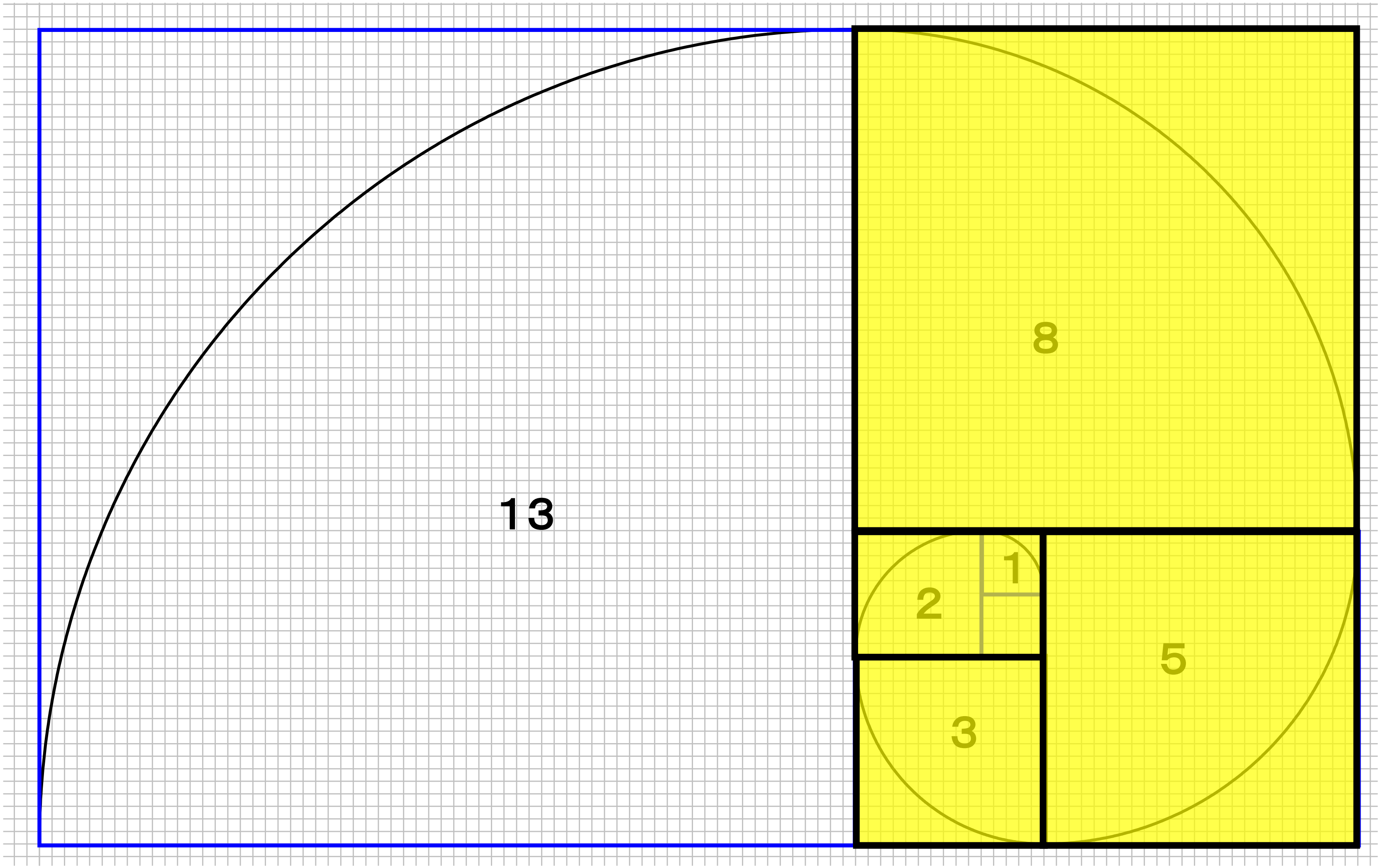
$$1 : \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$



らせん（巻貝の形）



1, 2, 3, 5, 8, 13 , 21, 34, 55, 89,



$$\frac{3}{2} = 1.5 \quad \frac{5}{3} = 1.66\cdots \quad \frac{8}{5} = 1.6 \quad \frac{13}{8} = 1.625$$

$$\frac{3}{2} = 1.5$$

$$\frac{5}{3} = 1.66\cdots$$

$$\frac{8}{5} = 1.6$$

$$\frac{13}{8} = 1.625$$

$$\frac{21}{13} = 1.6515\cdots$$

$$\frac{34}{21} = 1.6190\cdots$$

$$\frac{55}{34} = 1.6176\cdots$$

$$\frac{89}{55} = 1.61818\cdots$$

$$\vdots$$

$$= 1.61803\cdots$$

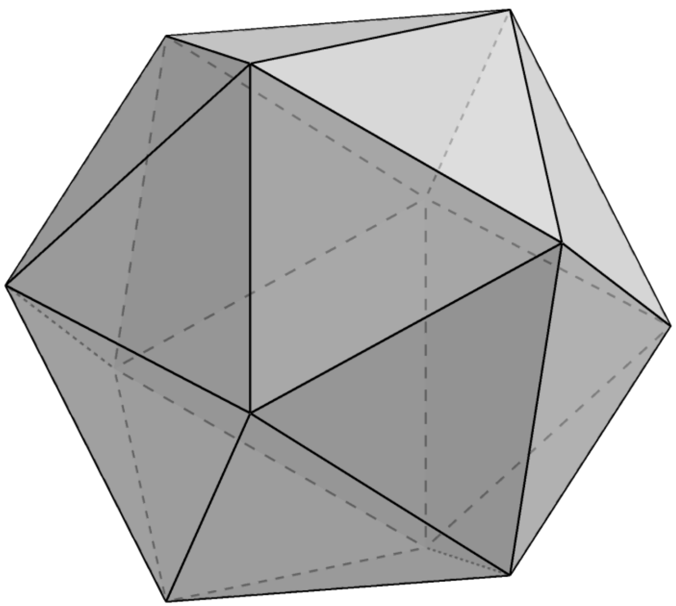
黄金比

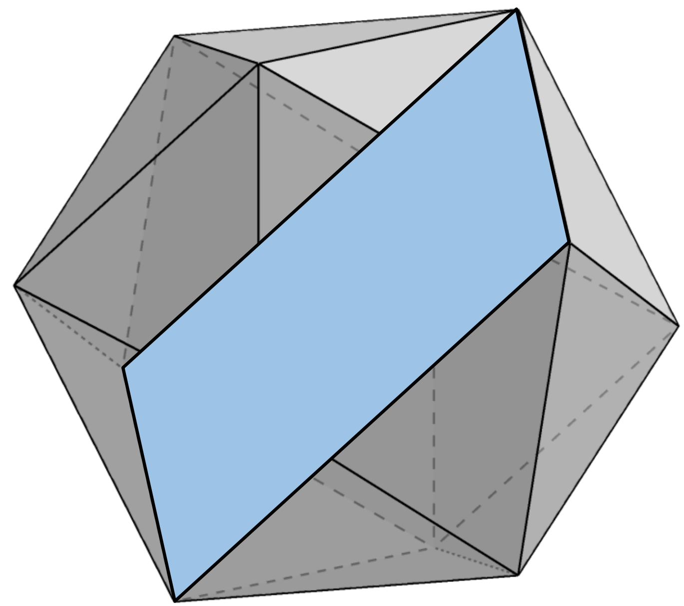
名刺

名刺に使われる長方形の縦と横の長さの比は黄金比です。

正二十面体

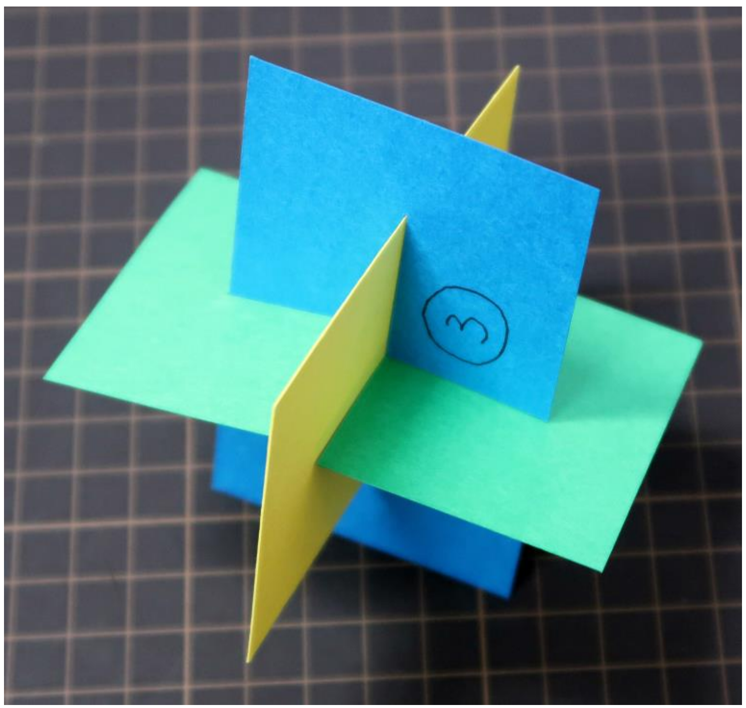
下図のように正二十面体の頂点を結んでできる長方形の二辺の長さの比は黄金比です。

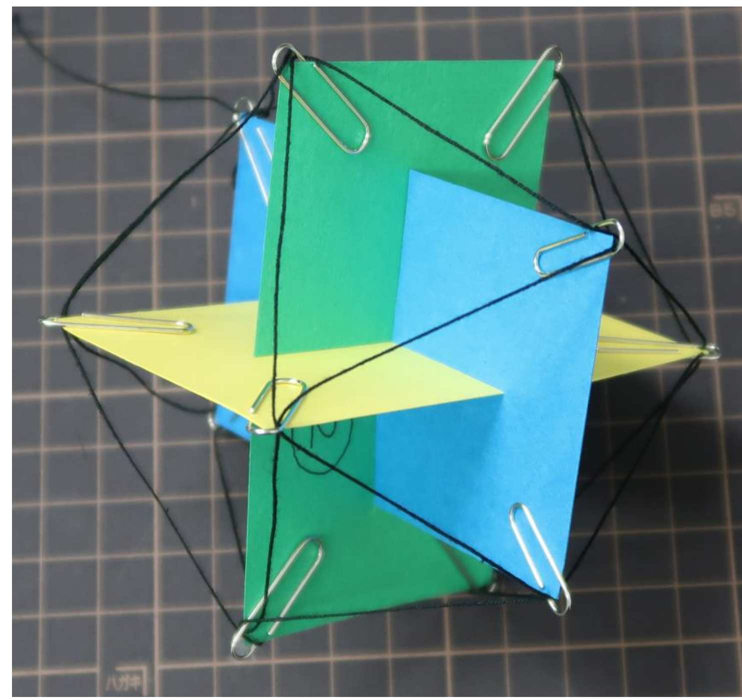




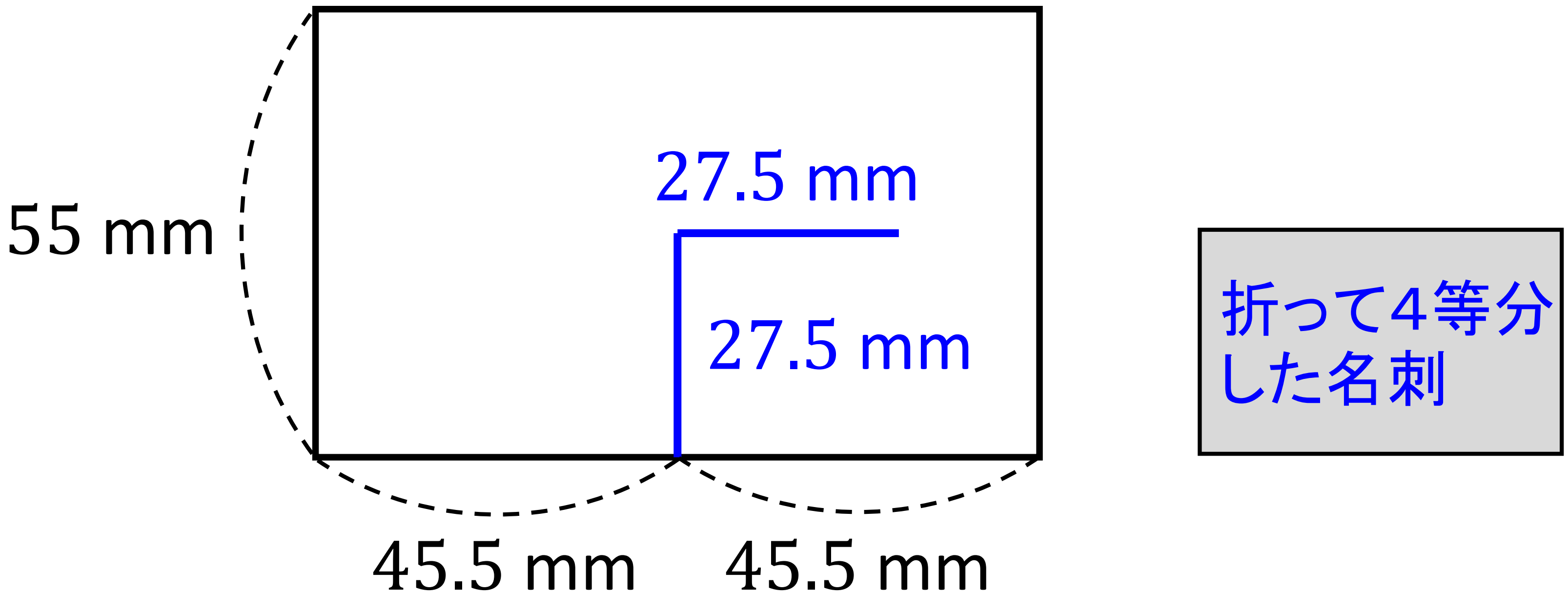
３．４．名刺で作る正二十面体

切り込みを入れた3枚の名刺を組み合わせ、それらの頂点を糸で結んで正二十面体を作る。



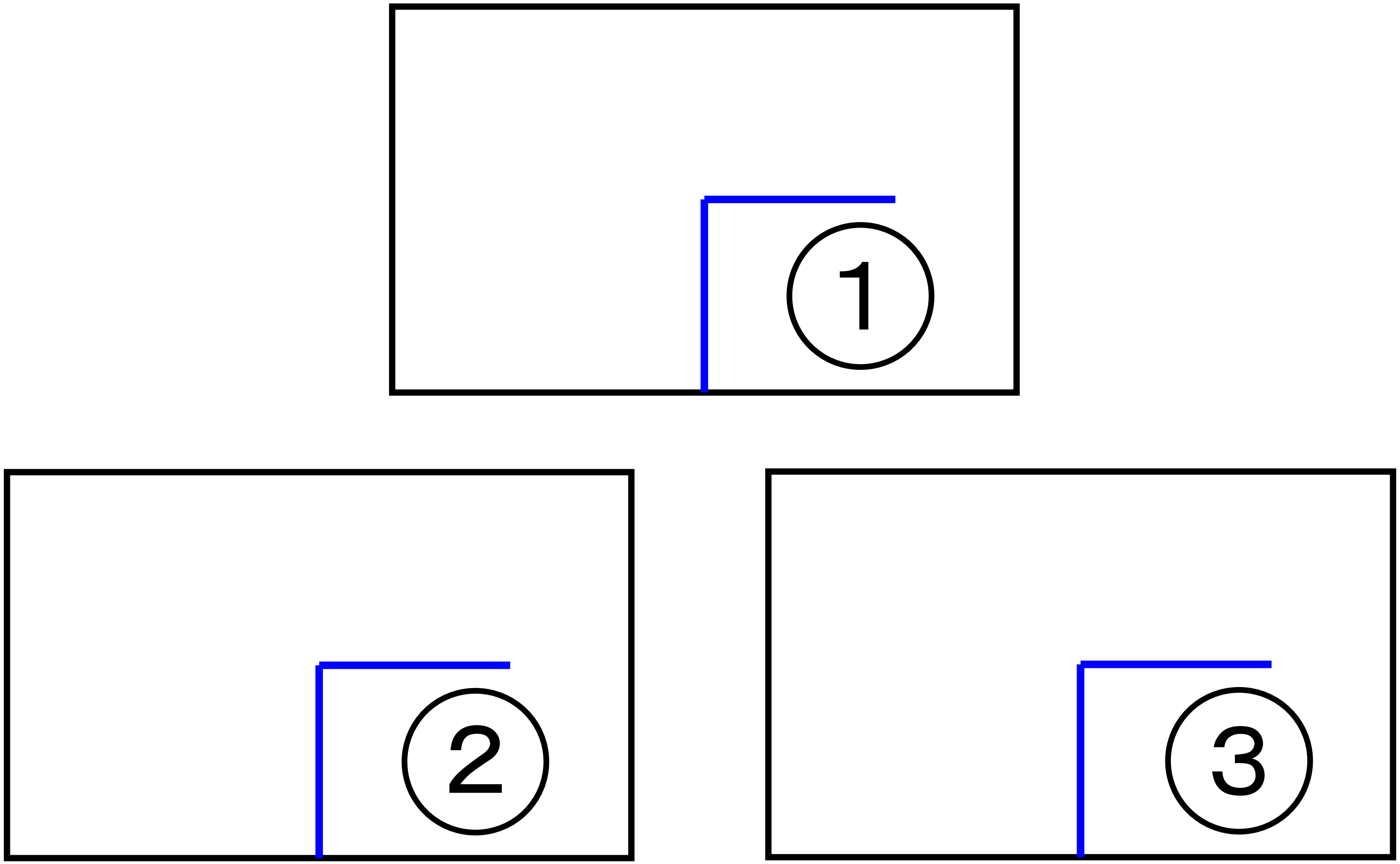


1．名刺１枚を4等分して小さい名刺を作り、
それを利用して３枚の名刺にハサミで
下図のように切り込みを入れる。



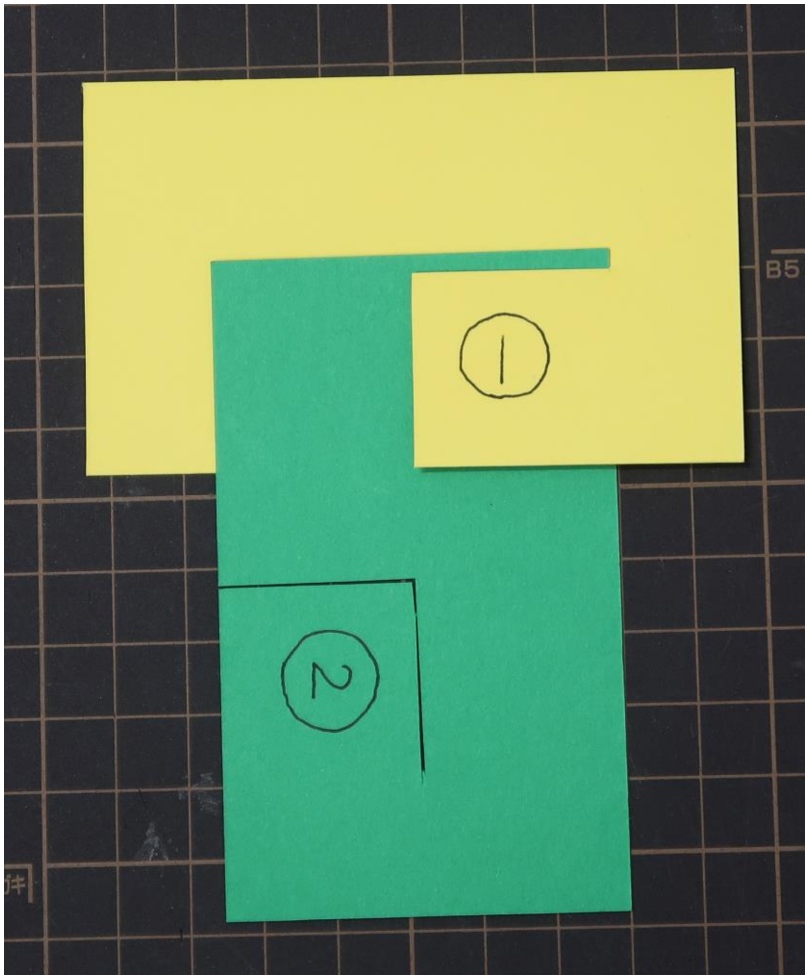
３枚の名刺は折らないように気を付ける。

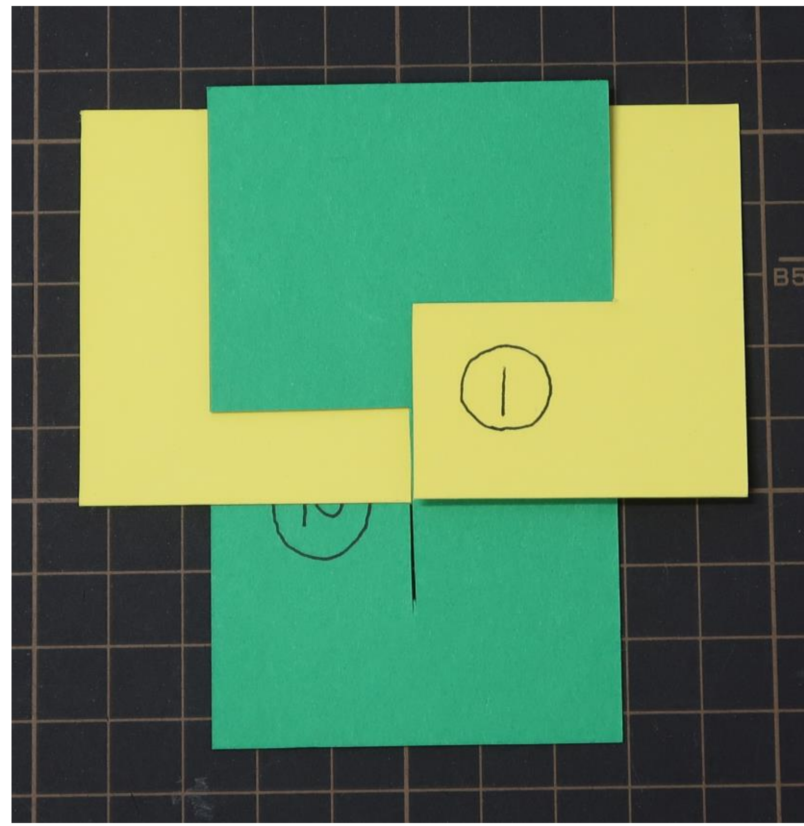
2. 切り込みを入れた名刺に図のように番号をつける。



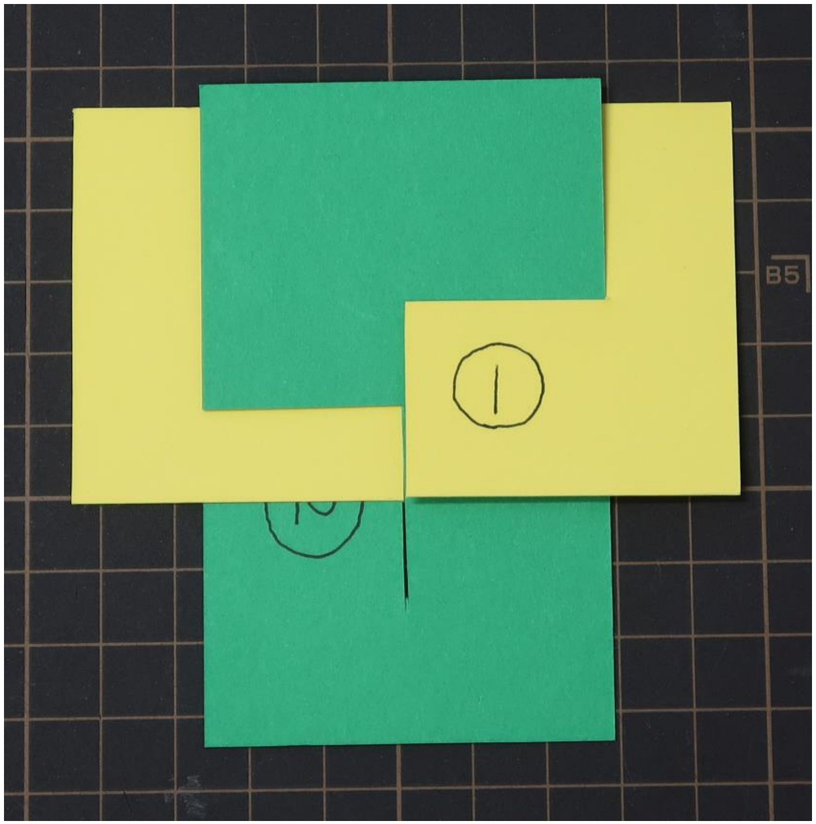
３．組み立て

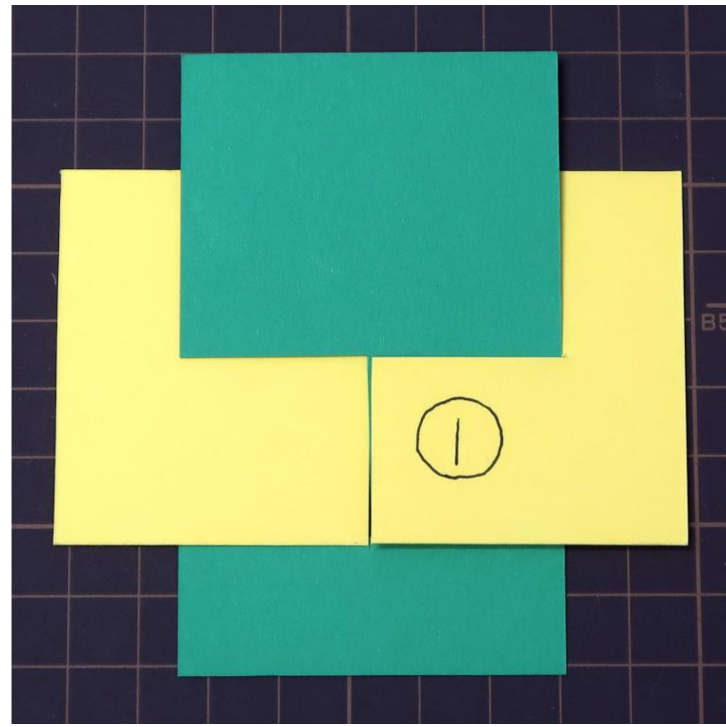
①の切り込みに②を差し込む。



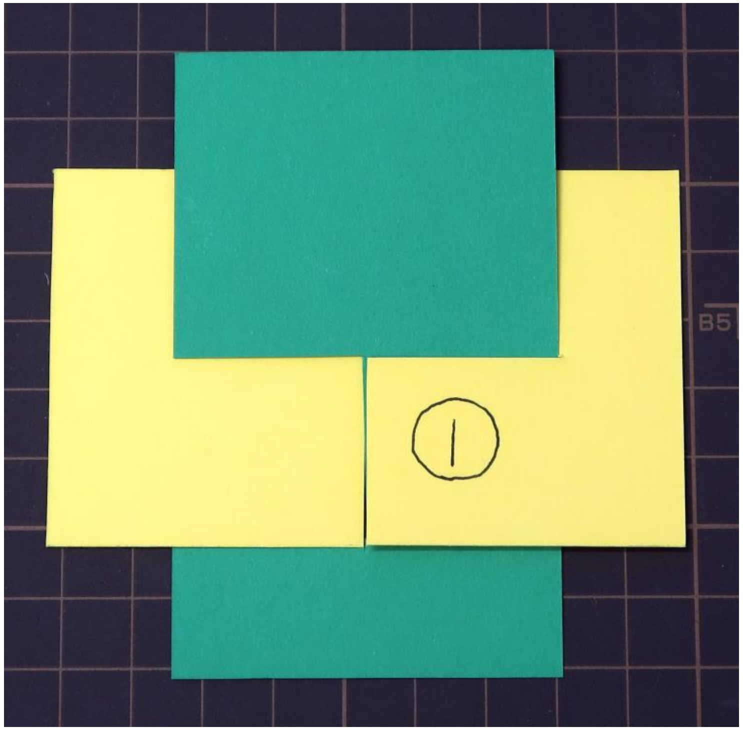


②の半分まで差し込む。

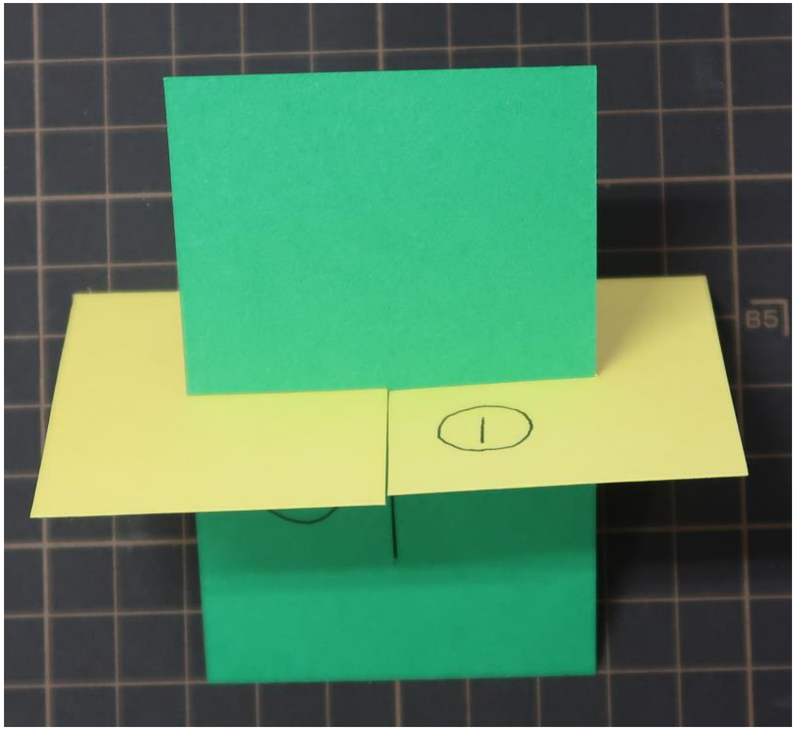


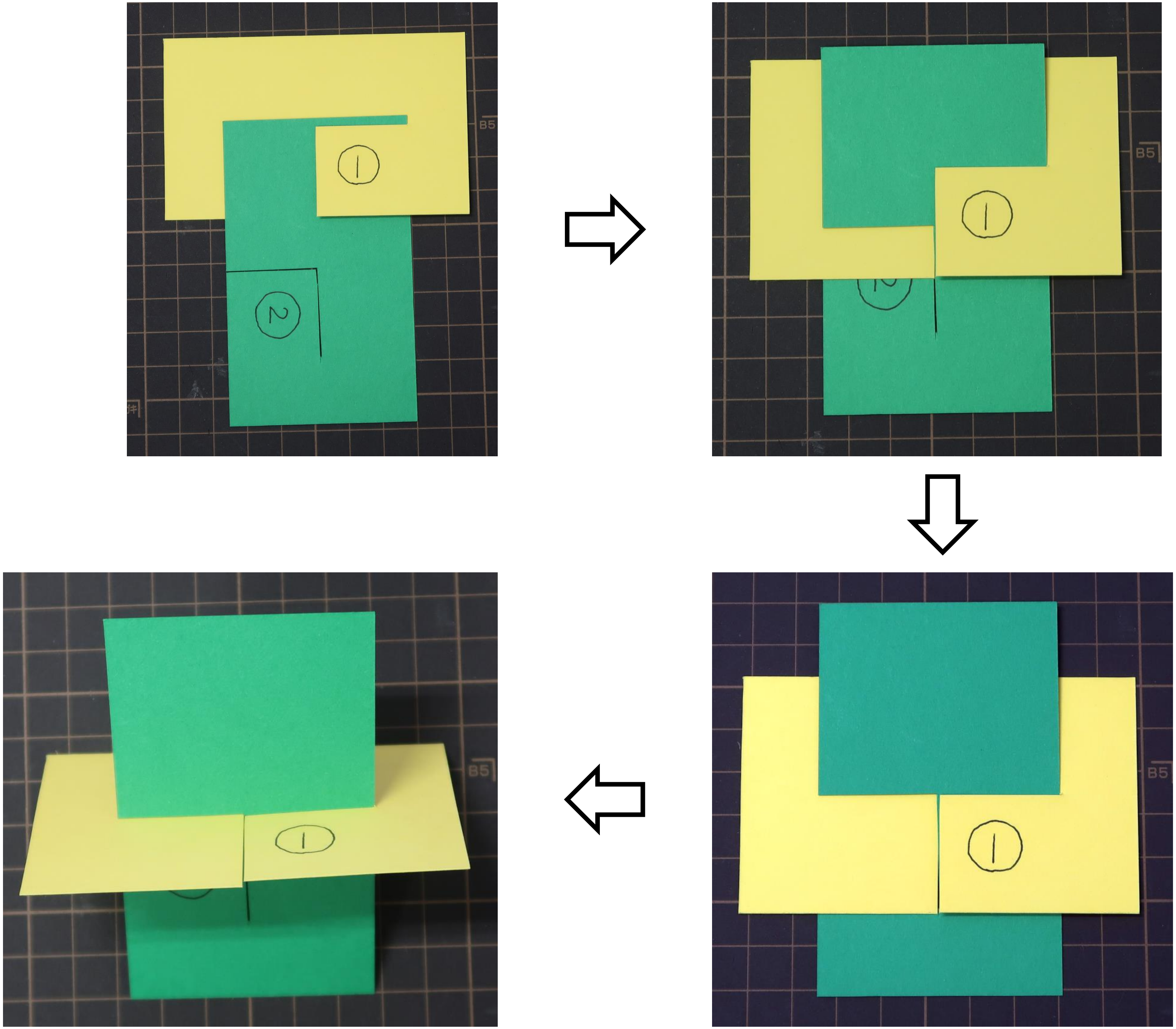


②が①と垂直になるように立ち上げる。

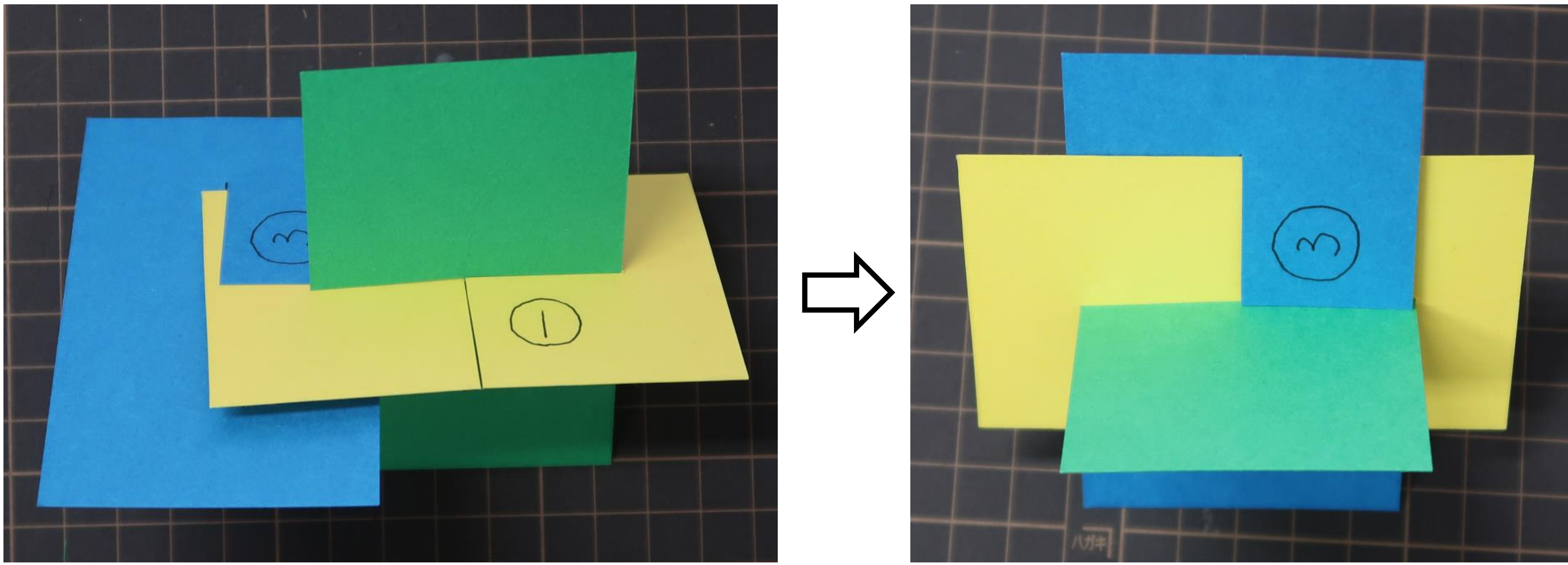


⇨

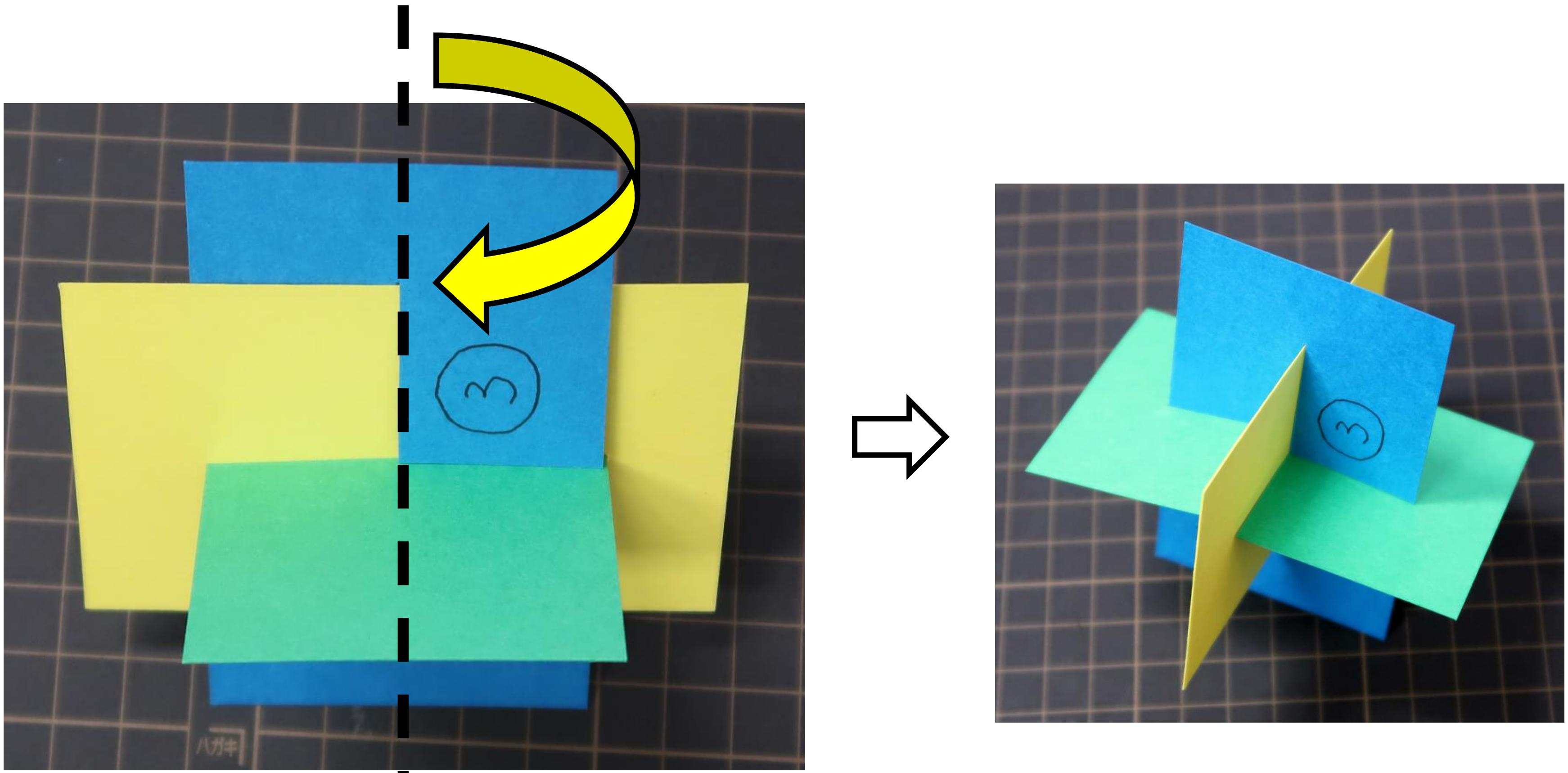



1
2

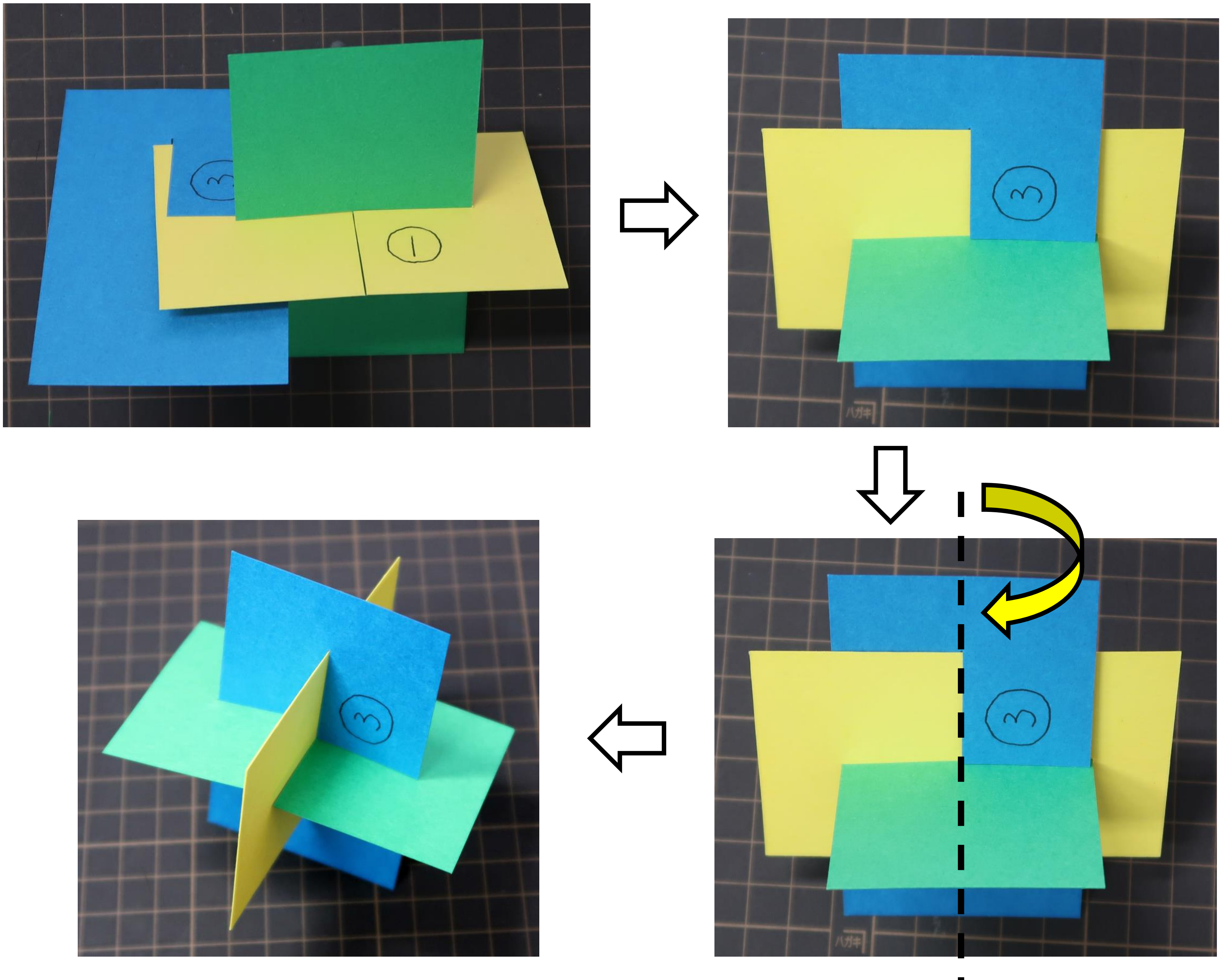
①を③に差し込んでゆく。



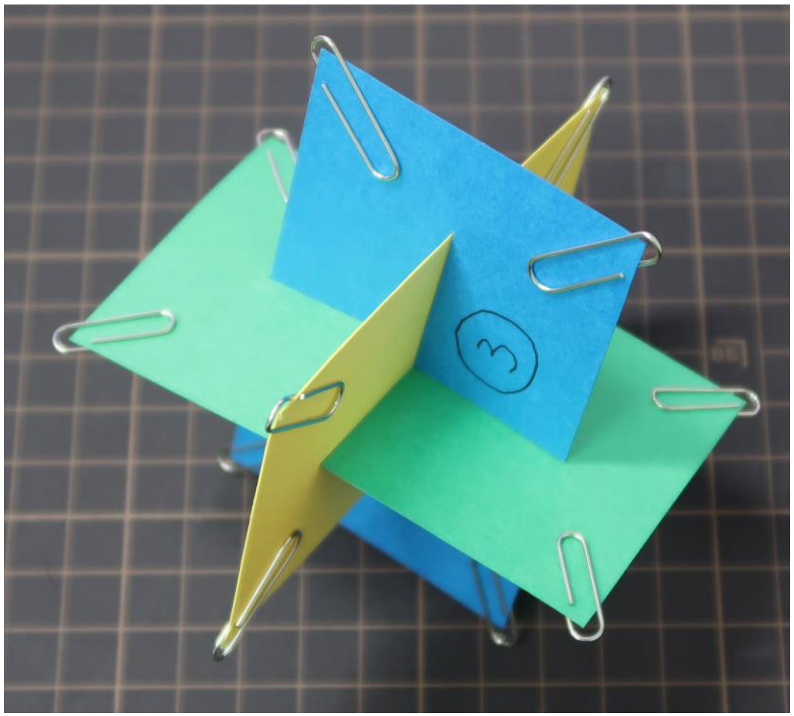
①と③が十字の形になったら、③を下図の点線を軸にして90度回転させる。

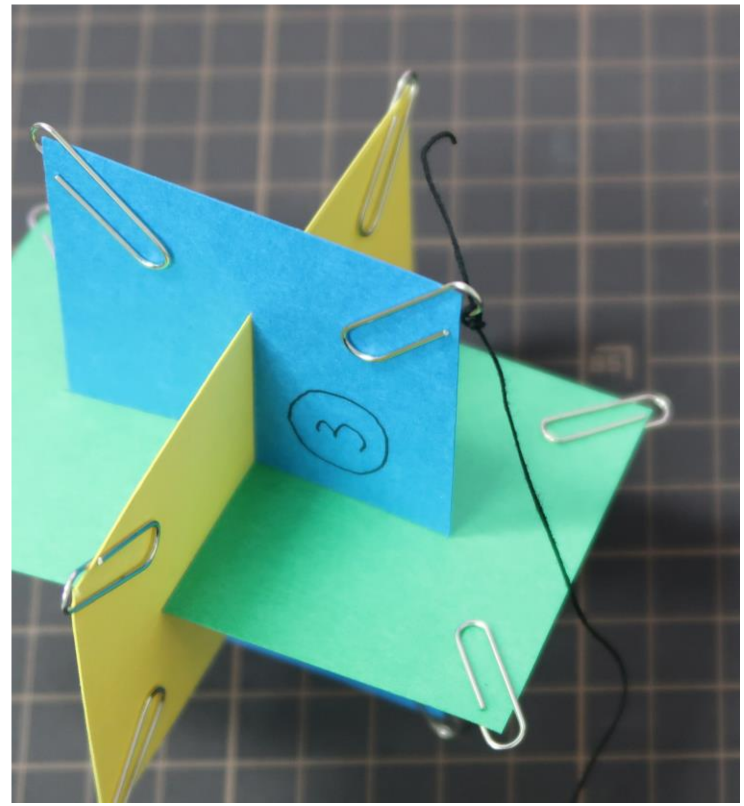


回転時に紙を少し曲げる。
折り目がつかないように注意！


3
1
3
3
3

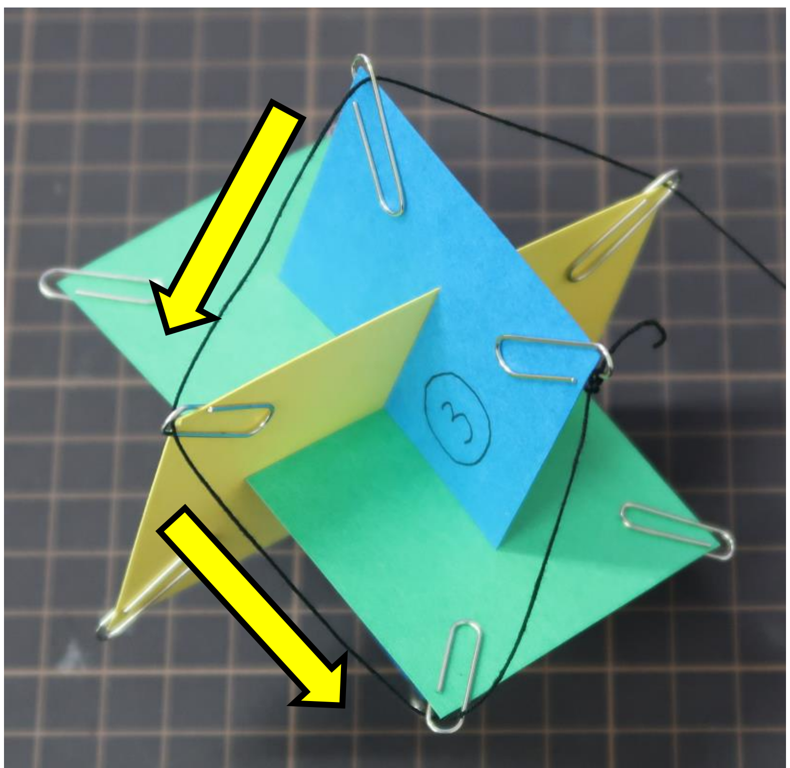
全ての名刺の四隅に合計12個のクリップを取り付け、そのうちの一つに糸を結び付ける。

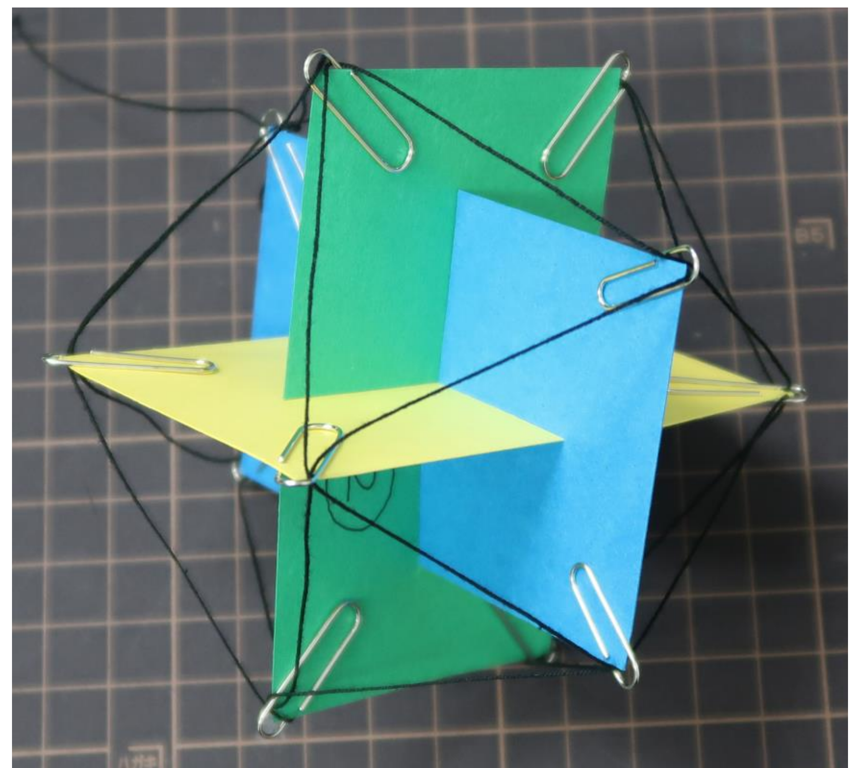




一番近く、異なる番号の紙に付いたクリップに次々と糸を通してゆく。

同じ所に糸を渡さず、最初に糸を結び付けたクリップに2回戻るまで、24回糸を通す作業を続ける。





今日学んだことを参考に、身の回りにある
「$\sqrt{\ }$」をさがしてその値を計算してみましょう。

おわり