$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{a+b}{a\cdot b}$ の証明

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{a}+\frac{1}{b} &= a^{-1}+b^{-1} && \text{(定義)}\\
&= 1\cdot a^{-1}+1\cdot b^{-1} && \text{(R7)}\\
&= \bigl(b\cdot b^{-1}\bigr)\cdot a^{-1}+\bigl(a\cdot a^{-1}\bigr)\cdot b^{-1} && \text{(R8)}\\
&= b\cdot\bigl(b^{-1}\cdot a^{-1}\bigr)+a\cdot\bigl(a^{-1}\cdot b^{-1}\bigr) && \text{(R6)}\\
&= b\cdot\bigl(a^{-1}\cdot b^{-1}\bigr)+a\cdot\bigl(a^{-1}\cdot b^{-1}\bigr) && \text{(R5)}\\
&= b\cdot(a\cdot b)^{-1}+a\cdot(a\cdot b)^{-1} && \text{(r12)}\\
&= (b+a)\cdot(a\cdot b)^{-1} && \text{(R9)}\\
&= (a+b)\cdot(a\cdot b)^{-1} && \text{(R1)}\\
&= \frac{a+b}{a\cdot b} && \text{(定義)}
\end{aligned}
$$

計算ルールのリスト（簡略版）

(R1)	$a+b=b+a$	(R2)	$(a+b)+c=a+(b+c)$
(R3)	$a+0=0+a=a$	(R4)	$a+(-a)=(-a)+a=0$
(R5)	$a\cdot b=b\cdot a$	(R6)	$(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$
(R7)	$a\cdot 1=1\cdot a=a$	(R8)	$a\cdot a^{-1}=a^{-1}\cdot a=1$
(R9)	$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$ $(a+b)\cdot c=a\cdot c+c\cdot c$	(R10)	$1\neq 0$
(r12)	$(a\cdot b)^{-1}=a^{-1}\cdot b^{-1}$		